KANTON SOLOTHURN
GEWERBLICH-INDUSTRIELLE
BERUFSSCHULE SOLOTHURN
Kreuzacker 10, CH-4501 Solothurn
Telefon 032 622 65 75, Telefax 032 623 58 47

Technische Berufsmatur
Abschlussprüfung 1998
Mathematik Serie A

Lösungen

Name:		Vorname:	

Wichtige Hinweise

Für jede Aufgabe ist ein *NEUES vorgegebenes BLATT* zu verwenden. Bei Platzmangel ist zusätzlich die Rückseite des Lösungsblattes zu verwenden!

Bitte *JEDES* Lösungsblatt mit Namen beschriften.

Lösungen ohne klaren und vollständigen *LÖSUNGSWEG* mit Angabe der *ZWISCHENRESULTATE* werden nicht akzeptiert.

GLEICHUNGSSYSTEME sind ausschliesslich über die *DETERMINANTENMETHODE* zu lösen.

Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.

Hilfsmittel:	*Taschenrechner, Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*
Prüfungsdauer:	*Die Prüfung dauert 2[illegible]0 Minuten. Eine Pause ist nicht vorgesehen.*
Anzahl Aufgaben:	*Es sind 11 Aufgaben zu lösen. Jede vollständig richtig gelöste Aufgabe ergibt drei Punkte. Wer 30 und mehr Punkte erreicht, erhält die Höchstnote.*

Bewertung

Prüfungsnote		Visum Examinator		Visum Experte	

Bemerkungen:

KANTON SOLOTHURN
Kreuzacker 10, CH-4501 Solothurn
Telefon 032 622 65 75, Telefax 032 623 58 47
GEWERBLICH-INDUSTRIELLE
BERUFSSCHULE SOLOTHURN

Technische Berufsmatur
Abschlussprüfung 1998
Mathematik Serie A

Name: | Vorname:

Wichtige Hinweise

Für jede Aufgabe ist ein *NEUES vorgegebenes BLATT* zu verwenden. Bei Platzmangel ist zusätzlich die Rückseite des Lösungsblattes zu verwenden!

Bitte *JEDES* Lösungsblatt mit Namen beschriften.

Lösungen ohne klaren und vollständigen *LÖSUNGSWEG* mit Angabe der *ZWISCHENRESULTATE* werden nicht akzeptiert.

GLEICHUNGSSYSTEME sind ausschliesslich über die *DETERMINANTENMETHODE* zu lösen.

Ungültige Teile der Arbeit sind deutlich durchzustreichen und Resultate sind doppelt zu unterstreichen.

Hilfsmittel:	*Taschenrechner, Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*
Prüfungsdauer:	*Die Prüfung dauert 240 Minuten. Eine Pause ist nicht vorgesehen.*
Anzahl Aufgaben:	*Es sind 11 Aufgaben zu lösen. Jede vollständig richtig gelöste Aufgabe zählt drei Punkte. Wer 30 und mehr Punkte erreicht, erhält die Höchstnote.*

Bewertung

Prüfungsnote | Visum Examinator | Visum Experte

Bemerkungen:

14432 5/98 6000

Name: Vorname:

A1 Gegeben sei die Exponentialgleichung:

$$5\cdot\left(2^2\right)^x+\frac{1}{4}\cdot 7^{x+1}=20\cdot 4^{x-2}+\frac{1}{21}\cdot 7^{x+2} \qquad G=\mathbb{R}!$$

Bestimme die Definitionsmenge $\mathbb{D}$ und die Lösungsmenge L.

Lösung

Es gibt keine Einschränkungen für $\mathbb{D}$ von x, folglich gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ 0,25

$$5(4)^x+\frac{1}{4}7^x\cdot 7=20\cdot 4^x\cdot\frac{1}{16}+\frac{1}{21}7^x\cdot 49$$ 0,5

$$5\cdot 4^x-\frac{\cancel{20}^{\,5}}{\cancel{16}_{\,4}}4^x=\frac{\cancel{49}^{\,7}}{\cancel{21}_{\,3}}\cdot 7^x-\frac{7}{4}7^x$$ 0,5

$$4^x\left(5-\frac{5}{4}\right)=7^x\left(\frac{7}{3}-\frac{7}{4}\right)$$

$$\frac{4^x}{7^x}=\frac{(\cancel{28-21})^{7}\,\cancel{4}}{\cancel{12}_{3}(\cancel{20-5})_{15}}$$ 0,5

$$\left(\frac{4}{7}\right)^x=\frac{7}{45} \qquad /\ lg(\,)$$ 0,5

$$x\cdot lg\left(\frac{4}{7}\right)=lg\left(\frac{7}{45}\right)$$ 0,25

Kontrolle: $$\underline{\underline{x}}=\frac{lg\left(\frac{7}{45}\right)}{lg\left(\frac{4}{7}\right)}=\underline{\underline{3{,}325}}$$

$$502{,}171+1129{,}885\overset{?}{=}125{,}543+1506{,}513$$ 0,5

$$1632{,}056=1632{,}056 \text{ ok.}$$

Name: Vorname:

A2 Gegeben ist die Ungleichung: $\frac{3}{2x-1}+\frac{2}{0{,}5-x}\geq-\frac{1}{3}$

$G=\mathbb{R}$!

a) Bestimme die Definitionsmenge $\mathbb{D}$

b) Bestimme die Lösungsmenge $\mathbb{L}$

✍ Lösung

a)
$$\left.\begin{array}{ll} 2x-1\neq 0 & x\neq 0{,}5 \\ 0{,}5-x\neq 0 & x\neq 0{,}5 \end{array}\right\} \quad \underline{\underline{\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{0{,}5\}}}$$

0,5

b)
$$\frac{3}{2x-1}+\frac{2}{0{,}5-x}+\frac{1}{3}\geq 0$$

$$\frac{3}{2(x-0{,}5)}-\frac{2}{(x-0{,}5)}+\frac{1}{3}\geq 0$$

0,5

$$\frac{9-12+2(x-0{,}5)}{6(x-0{,}5)}\geq 0$$

oder

$$\underline{\underline{\mathbb{L}=\{x\,|\,x<0{,}5\,;\;x\geq 2\,;\;x\in\mathbb{R}\}}}$$

$$\frac{9-12+2x-1}{6(x-0{,}5)}\geq 0 \Rightarrow \frac{2x-4}{6(x-0{,}5)}\geq 0$$

0,5

$$\frac{\cancel{2}^{1}(x-2)}{\cancel{6}_{3}(x-0{,}5)}\geq 0 \Rightarrow \underline{\frac{x-2}{3(x-0{,}5)}\geq 0}$$

<u>Extrempunkte:</u>

$x=2 \Rightarrow$ Ungleichung $=0$!

$x=0{,}5 \Rightarrow$ Nenner $=0$!

<u>Zahlenstrahl:</u>

Test mit 0 $\Rightarrow \frac{-2}{3(-0{,}5)}\geq 0$ ok.

0,5

Name: Vorname:

A3 Für die Logarithmengleichung $\log_4(3x+4)-\log_2(2x+1)=0$ in der Grundmenge der reellen Zahlen ($G=\mathbb{R}$), sind die Definitionsmenge $\mathbb{D}$ und die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ zu bestimmen.

Lösung

a)
$$\left.\begin{array}{lll} (3x+4)\geq 0 & \Rightarrow & x \geq -\frac{4}{3} \\ (2x+1)\geq 0 & \Rightarrow & x\geq -0{,}5 \end{array}\right\} \quad \underline{\underline{\mathbb{D}=\mathbb{R}^{\geq -0{,}5}}}$$

0,75

b)
$$\log_4(3x+4)-\log_2(2x+1)=0$$
$$\log_4(3x+4)=\log_2(2x+1) \qquad \Big|\,4^{()}$$
$$4^{\log_4(3x+4)}=4^{\log_2(2x+1)}$$
$$(3x+4)=2^{2\log_2(2x+1)}$$
$$(3x+4)=2^{\log_2(2x+1)^2}$$
$$(3x+4)=(2x+1)^2$$
$$3x+4=4x^2+4x+1$$
$$\Rightarrow \underline{4x^2+x-3=0}$$

1,25

$$x_{1/2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 4\cdot(-3)}}{8}=\frac{-1\pm 7}{8} \quad \begin{array}{l} \underline{x_1=\frac{-8}{8}=-1} \\ \underline{x_2=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}=0{,}75} \end{array}$$

0,5

$\underline{\text{Kontrolle}}$: mit $x_2=0{,}75$
$$\frac{\log 6{,}25}{\log 4}=\frac{2\cdot\log 2{,}5}{2\cdot\log 2}=\frac{\log 2{,}5}{\log 2} \text{ ok} \qquad \underline{\underline{\mathbb{L}=\{0{,}75\}}}$$

0,5

Name: Vorname:

A4 Ein Strassenteilstück von mindestens 2,7 km Länge soll so schnell wie möglich einen neuen Belag erhalten. Dafür stehen zwei Spezialmaschinen zur Verfügung. Maschine A stellt pro Tag 30 m Fahrbahnbelag her, Maschine B 22 m. Die stark automatisierte Maschine A benötigt kaum Bedienungspersonal. Dadurch arbeitet sie bis zu $^1/_6$ effektiver als B. Der hohe Grad der Automatisierung macht sie aber anfälliger, so dass, bedingt durch häufige Reparaturen, der Wirkungsgrad von Maschine B bis höchstens $^7/_{23}$ höher anzusetzen ist als der von A. Maschine A kostet pro m Fahrbahnbelag 145.- Fr, Maschine B 125.- Fr. Wegen der Dringlichkeit der Arbeiten sollen beide Maschinen eingesetzt werden.

Bestimme das Herstellungsprogramm für beide Maschinen, das minimale Kosten verursacht und berechne diese Kosten. (Für die Maschine A soll die Variable x und für die Maschine B die Variable y eingesetzt werden; zudem gilt für die Lösung: $x,y \in \mathbb{Z}$).

✍ Lösung

Anzahl Meter Fahrbahnbelag durch Maschine A = x
" " " " B = y

Bedingungen

Beide Maschinen werden eingesetzt $x \geq 0$ (1)
$y \geq 0$ (2)

Herstellung des Belages : $30x + 22y \geq 2700$ (3)

Leistungsvergleich: $x \leq \frac{7}{6}y$ (4)

Wirkungsgrad: $y \leq \frac{30}{23}x$ (5)

Kostenfunktion $K = Z = x \cdot 30 \cdot 145 + y \cdot 22 \cdot 125$
$\rightarrow$ Min.

Vorbereitung Planungspolygon:

(3) $y \geq -\frac{30}{22}x + \frac{2700}{22} = -\frac{15}{11}x + \frac{1350}{11}$

(4) $y \geq \frac{6}{7}x$

$Z = 4350x + 2750y \rightarrow y = -\frac{4350}{2750}x + \frac{Z}{2750}$

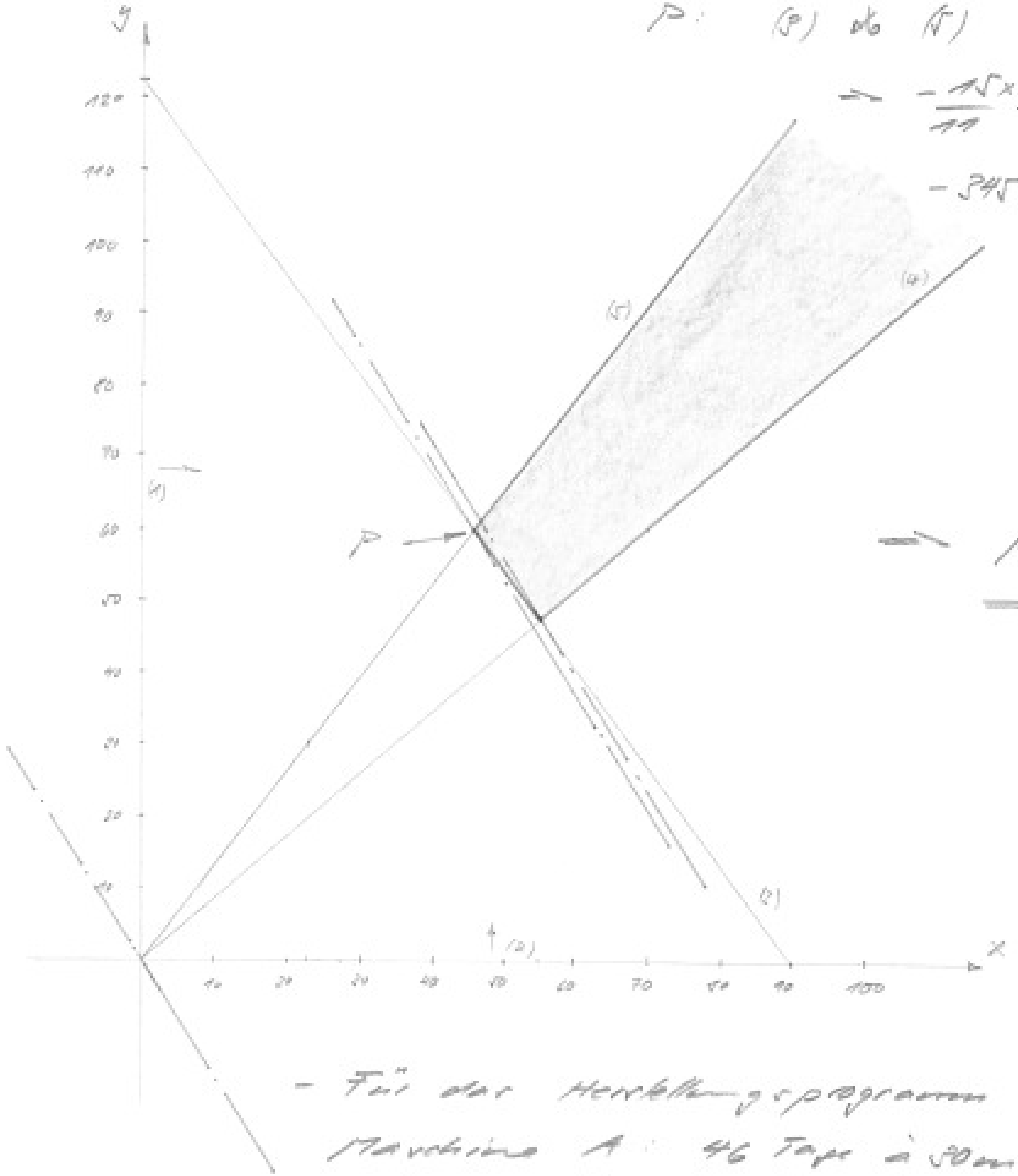
$y = -\frac{87}{55}x + \frac{Z}{2750}$

Name: 　　　　　　　　Vorname:

A4 ✍ Lösung

Planungspolygon

$y = -\frac{87}{55}x$ für $z = 0$



P: (3) und (5)

$\Rightarrow -\frac{15x}{11} + \frac{1350}{11} = \frac{30}{23}x$

$-345x + 31050 = 330x$

$x = \frac{31'050}{675}$

$\underline{x = 46}$

$\underline{y} = \frac{30 \cdot 46}{23} = \underline{60}$

$\Rightarrow \underline{\underline{P\begin{pmatrix}46\\60\end{pmatrix}}}$

1,2

– Für das Herstellungsprogramm heisst dies:

Maschine A: 46 Tage à 30m = $\underline{\underline{1380\,m}}$

" B: 60 Tage à 22m = $\underline{\underline{1320\,m}}$

Kostenhöhe: $K = 4350 \cdot 46 + 2750 \cdot 60$

$\underline{\underline{K = 365'100.– \text{ Fr}}}$

0,4

Name: | Vorname:

A5 Bestimme die gegenseitige Lage beider Geraden zueinander:

$$g: \ \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad p: \ \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Falls sich die Geraden schneiden ist der Schnittpunkt und der Zwischenwinkel zu berechnen!

Lösung

Parallelität Richtungsvektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \lambda \vec{b}$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{matrix} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = \in \mathbb{R} \\ \lambda_3 = -\frac{5}{3} \end{matrix}\right\} \text{ g und p sind nicht parallel!}$$

0,5

g ∩ p

Bestimmung von μ_s und t_s:

$$\left| \begin{matrix} 6 + 4\mu_s = 2 + 2t_s \\ 1 = 1 \\ 3 + 5\mu_s = 9 - 3t_s \end{matrix} \right| \Rightarrow \left| \begin{matrix} 4\mu_s - 2t_s = -4 \\ 5\mu_s + 3t_s = 6 \end{matrix} \right|$$

1,5

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 12 - (-10) = 22$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} = -12 - (-12) = 0$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 4 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 24 - (-20) = 44$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{D_1}{D} = \frac{0}{22} = 0, \quad t_s = \frac{D_2}{D} = \frac{44}{22} = 2 \quad \text{einsetzen in g oder p}$$

$$\Rightarrow S\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

0,5

Zwischenwinkel

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{8 + 0 - 15}{\sqrt{41} \cdot \sqrt{13}} = \frac{-7}{23,09} = -0,303 \Rightarrow \varphi = 107,65°$$

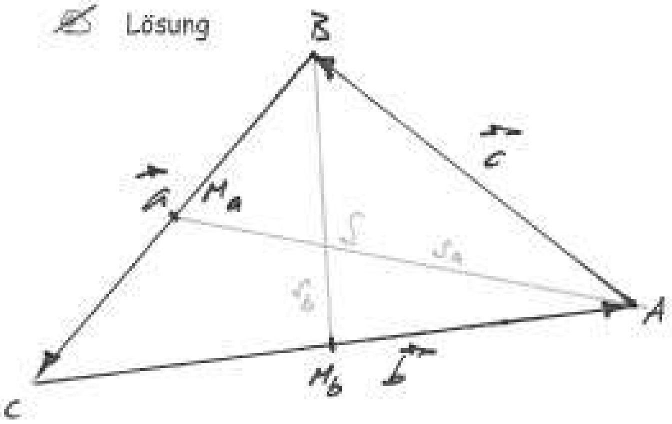
$$\varphi^* = 72,35°$$

0,5

Name: | Vorname:

A6 Bestimme mit Hilfe der Vektorrechnung im Dreieck ΔABC mit $A\,(4|-3)$, $B\,(2|5)$ und $C\,(-3|-4)$ die Geraden der Seitenhalbierenden s_a und s_b in der Parameterform. Berechne anschliessend die Koordinate des Schwerpunktes S.

Lösung



$$s_a : \vec{r} = \vec{r}_A + \mu\left(\vec{r}_{M_a} - \vec{r}_A\right)$$

$$s_b : \vec{r} = \vec{r}_B + \lambda\left(\vec{r}_{M_b} - \vec{r}_B\right)$$

$$\vec{r}_{M_a} = \vec{r}_B + \frac{\vec{a}}{2} \quad , \quad \vec{a} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix}-5\\-9\end{pmatrix}}$$

$$\underline{\vec{r}_{M_a}} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2{,}5\\-4{,}5\end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix}-0{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}}$$

$$\vec{r}_{M_b} = \vec{r}_C + \frac{\vec{b}}{2} \quad , \quad \vec{b} = \vec{r}_A - \vec{r}_C = \begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}}$$

$$\underline{\vec{r}_{M_b}} = \begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3{,}5\\0{,}5\end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix}0{,}5\\-3{,}5\end{pmatrix}}$$

$$s_a : \vec{r} = \begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} + \mu\left[\begin{pmatrix}-0{,}5\\0{,}5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}\right] \Rightarrow \underline{\underline{s_a : \vec{r} = \begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix}-9\\7\end{pmatrix}}}$$

$$s_b : \vec{r} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} + \lambda\left[\begin{pmatrix}0{,}5\\-3{,}5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}\right] \Rightarrow s_b : \vec{r} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}-3\\-17\end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{s_b : \vec{r} = \begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix} + \lambda\begin{pmatrix}3\\17\end{pmatrix}}}$$

Name: Vorname:

A6 Lösung

<u>Berechnung des Koordinatenschwerpunktes $\triangle ABC$:</u>

$s_a \cap s_b$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \mu_S \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda_S \begin{pmatrix} 3 \\ 17 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} 4 - 9\mu_S = 2 + 3\lambda_S \\ -3 + 7\mu_S = 5 + 17\lambda_S \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} -9\mu_S - 3\lambda_S = -2 \\ 7\mu_S - 17\lambda_S = 8 \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 9\mu_S + 3\lambda_S = 2 \\ 7\mu_S - 17\lambda_S = 8 \end{array} \right|$$

<u>Determinantenmethode:</u>

$$\underline{D} = \begin{vmatrix} 9 & 3 \\ 7 & -17 \end{vmatrix} = -153 - 21 = \underline{-174}$$

$$\underline{D_1} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & -17 \end{vmatrix} = -34 - 24 = \underline{-58}$$

$$\underline{D_2} = \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 72 - 14 = \underline{58}$$

$$\underline{\underline{\mu_S}} = \frac{D_1}{D} = \frac{-58}{-174} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

$$\underline{\underline{\lambda_S}} = \frac{D_2}{D} = \frac{58}{-174} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

0,6

$$S \Rightarrow \vec{r}_S = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -9 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2/3 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S\begin{pmatrix} 1 \\ -2/3 \end{pmatrix}}}$$

0,6

<u>Kontrolle</u>: $\vec{r}_S = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2/3 \end{pmatrix}$ ok.

→ Aus der Parameterform $\lambda, \mu \Rightarrow 2/3$ 0,4

→ Überlegung richtig 1,4

Name: ____________ Vorname: ____________

A7 Zeige mit Hilfe der Additionstheoreme, dass gilt:

a) $\cos^3(x) = \frac{1}{4}(3\cos(x) + \cos(3x))$ b) $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

Lösung

a) Formelblatt Additionstheoreme gilt:

$$\cos(3x) = \cos^3(x) - \binom{3}{2}\sin^2(x)\cos(x)$$

$$\cos(3x) = \cos^3(x) - \frac{3!}{(3-2)!\,2!}\sin^2(x)\cos(x)$$

$$\cos(3x) = \cos^3(x) - 3\sin^2(x)\cos(x)$$

mit $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ folgt

$$\cos(3x) = \cos^3(x) - 3\left[1 - \cos^2(x)\right]\cos(x)$$

$$\cos(3x) = \cos^3(x) - 3\cos(x) + 3\cos^3(x)$$

$$\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x) \rightarrow \underline{\underline{\cos^3(x) = \frac{1}{4}\left[3\cos(x) + \cos(3x)\right]}}$$

b) $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$

$$\rightarrow \cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x)$$

$$= 2\sin\left(\frac{x + \frac{\pi}{2} + x}{2}\right)\cos\left(\frac{x + \frac{\pi}{2} - x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 2\sin\left(\frac{2x + \frac{\pi}{2}}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \cancel{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \underline{\underline{\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}} \text{ ok.}$$

Name: Vorname:

A8 Drei sich schneidende Geraden mit den Funktionen

$f_1 = \{x, y | y = f_1(x) = -4x - 27\}_{R \times R}$; $f_2 = \{x, y | y = f_2(x) = 12x + 21\}_{R \times R}$ und

$f_3 = \{x, y | y = f_3(x) = 4x + 13\}_{R \times R}$ bilden die Seiten eines Dreiecks!

Bestimme die Scheitelform der Parabel, die durch die Eckpunkte dieses Dreiecks geht und skizziere die Parabel in der xy-Ebene! (Auftretende Gleichungssysteme können mit dem Rechner gelöst werden)

Lösung

P_1 : f_1 ✗ f_2

$$\left.\begin{aligned} -4x - 27 &= 12x + 21 \\ 16x &= -48 \\ x = -3 &,\ y = -15 \end{aligned}\right\} P_1 \begin{pmatrix} -3 \\ -15 \end{pmatrix}$$

P_2 : f_1 ✗ f_3

$$\left.\begin{aligned} -4x - 27 &= 4x + 13 \\ 8x &= -40 \\ x = -5 &,\ y = -7 \end{aligned}\right\} P_2 \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$$

96

P_3 : f_2 ✗ f_3

$$\left.\begin{aligned} 12x + 21 &= 4x + 13 \\ 8x &= -8 \\ x = -1 &,\ y = 9 \end{aligned}\right\} P_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Parabel:

Grundform: $f(x) = ax^2 + bx + c$

95

$$\Rightarrow \left| \begin{aligned} -15 &= 9a - 3b + c \\ -7 &= 25a - 5b + c \\ 9 &= a - b + c \end{aligned} \right| \Rightarrow \underset{3\times 3}{\begin{pmatrix} 9 & -3 & 1 \\ 25 & -5 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

HP: $a = 4$, $b = 28$, $c = 33$

Name: Vorname:

A8 ✍ Lösung

Parabel: $f(x) = 4x^2 + 28x + 33$

Scheitelform: $f(x) = 4\left(x^2 + 7x + \frac{33}{4}\right)$

$$f(x) = 4\left[(x+3{,}5)^2 + \frac{33}{4} - 3{,}5^2\right]$$

$$f(x) = 4\left[(x+3{,}5)^2 - 4\right]$$

$$\underline{\underline{f(x) = 4(x+3{,}5)^2 - 16}}$$

Kurvendiskussion Parabel

Ab - Ordinate $\quad f(0) = 33$

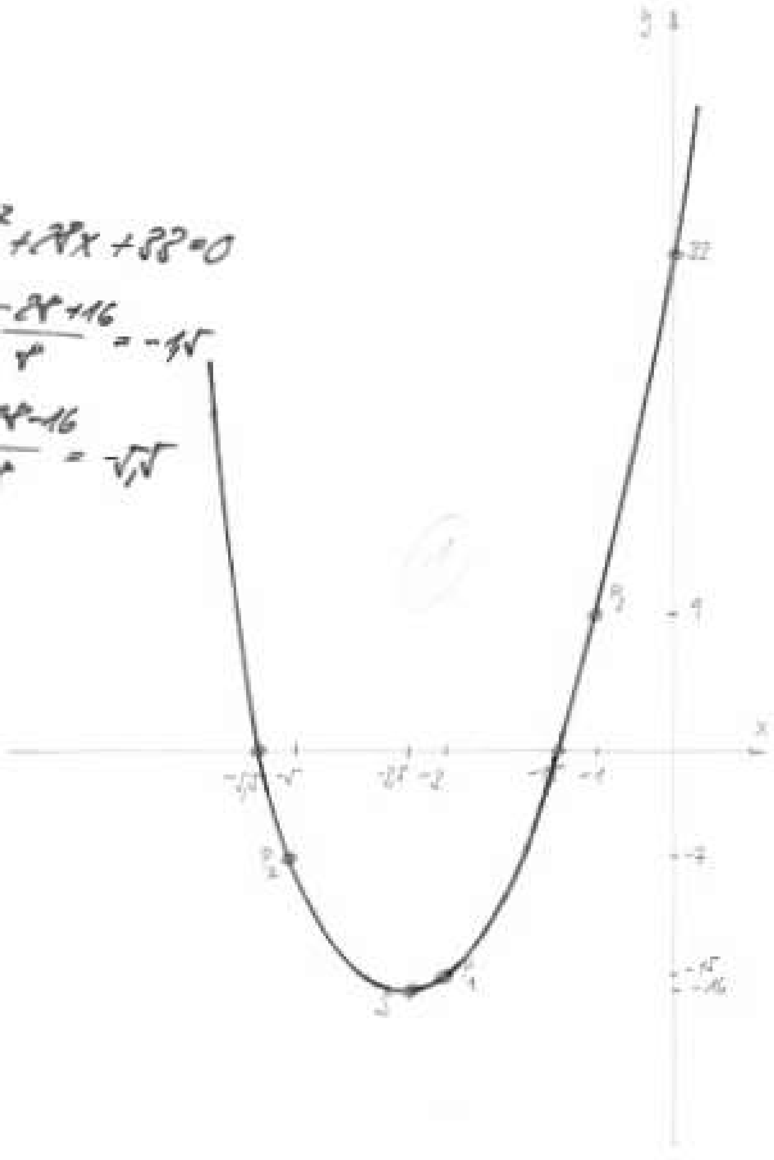
Ab - Abszisse $\quad f(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 28x + 33 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 4 \cdot 33}}{8} \quad x_1 = \frac{-28+16}{8} = -1{,}5 \quad x_2 = \frac{-28-16}{8} = -5{,}5$$

Scheitelpunkt $\quad S(-u/v)$

$$\Rightarrow S(-3{,}5/-16)$$

$P_1\begin{pmatrix}-3\\-15\end{pmatrix}, \quad P_2\begin{pmatrix}-5\\-7\end{pmatrix}, \quad P_3\begin{pmatrix}-1\\9\end{pmatrix}$



Name:

Vorname:

A9 Stelle die Lösungsmenge der Betragsfunktionsgleichung $f(x) = \left|2x - |x-5| + 3\right|$ in einem Diagramm dar.

Lösung

$f(x) = \left|2x - |x-5| + 3\right| \quad \xrightarrow{x-5 \geq 0} \quad f(x) = |2x - x + 5 + 3| = |x+8| \; ; \; x \geq 5$

$f(x) = \left|2x - |x-5| + 3\right| \quad \xrightarrow{x-5 \leq 0} \quad f(x) = |2x + x - 5 + 3| = |3x-2| \; ; \; x \leq 5$

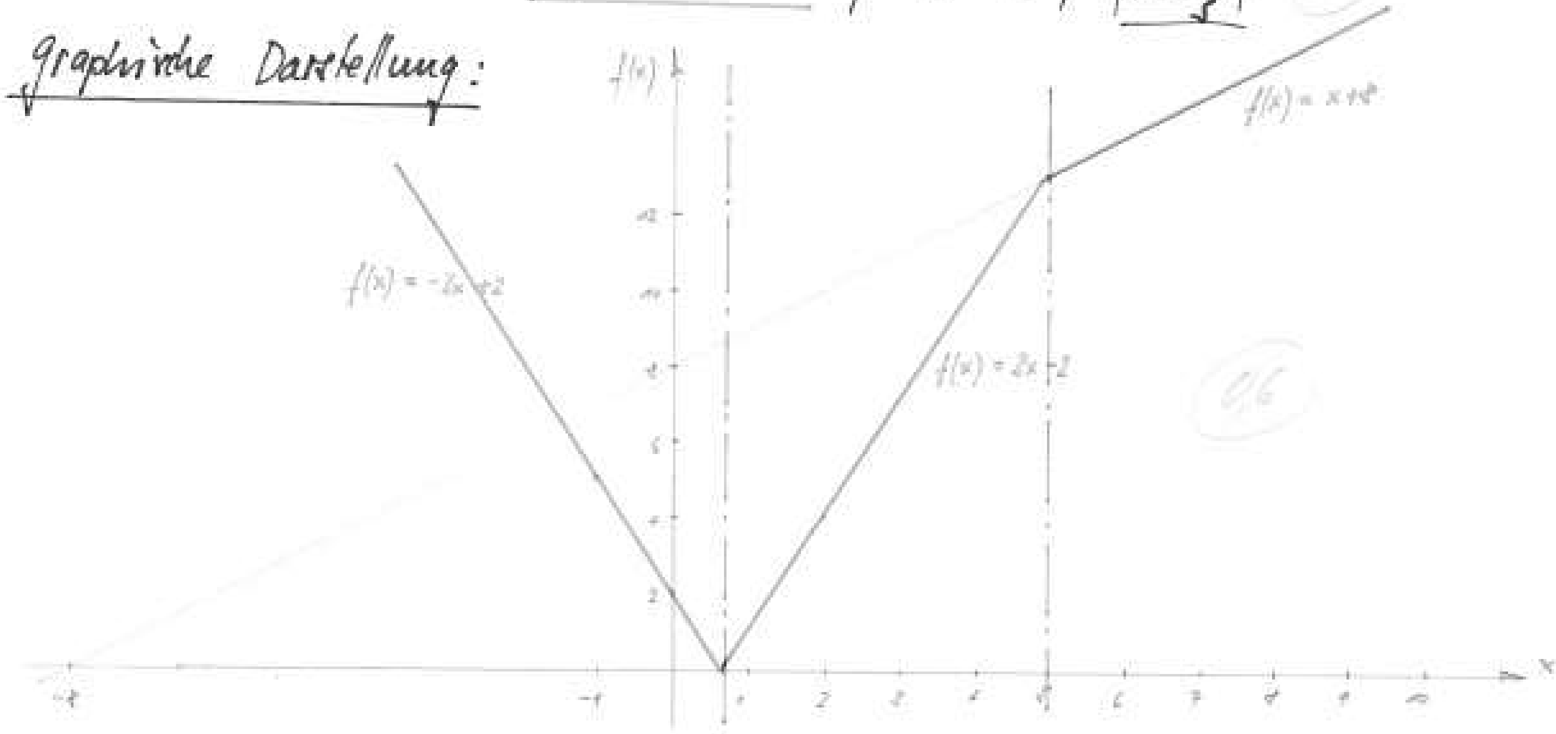
$f(x) = |x+8| \quad \xrightarrow{x+8 \geq 0} \quad \underline{f(x) = x+8} \; ; \; \boxed{x \geq 5} \; ; \; x \geq -8$

$f(x) = |x+8| \quad \xrightarrow{x+8 \leq 0} \quad f(x) = -x-8 \; ; \; x \geq 5 \; ; \; x \leq -8 \rightarrow$ keine Lösung!

$f(x) = |3x-2| \quad \xrightarrow{3x-2 \geq 0} \quad \underline{f(x) = 3x-2} \; ; \; \boxed{x \leq 5 \; ; \; x \geq \frac{2}{3}}$ (Intervall)

$f(x) = |3x-2| \quad \xrightarrow{3x-2 \leq 0} \quad \underline{f(x) = -3x+2} \; ; \; x \leq 5 \; ; \; \boxed{x \leq \frac{2}{3}}$

graphische Darstellung:



Name: Vorname:

A10 Zeichne ein Dreieck ΔABC mit $c = 7$ cm, $a = 7$ cm und $b = 5$ cm. Bestimme alle Punkte ausserhalb des Dreiecks, welche die nachfolgenden Bedingungen 1 bis 4 gleichzeitig erfüllen:

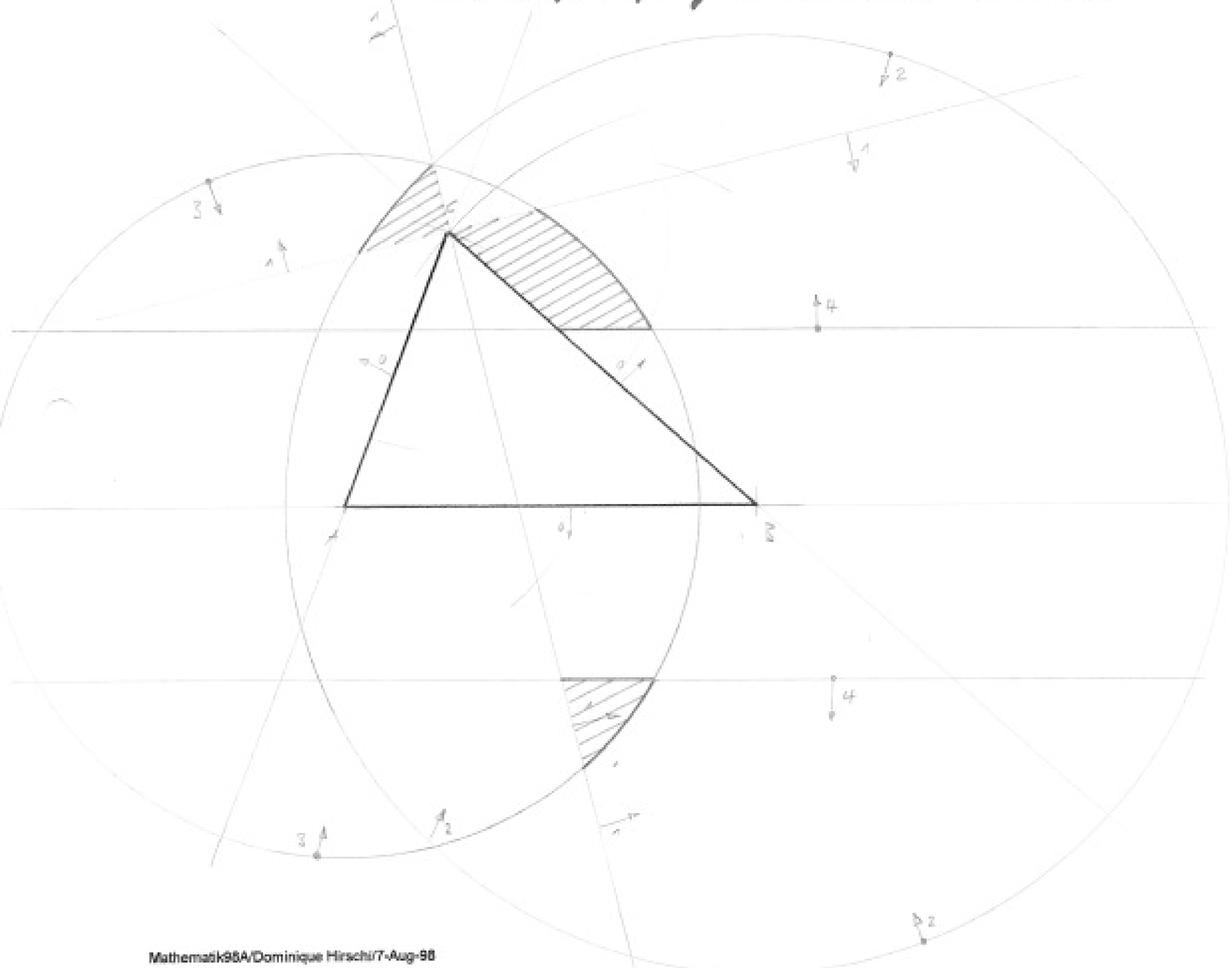
1. P liegt näher bei der Geraden BC als bei der Geraden AC. 0,4/0,2
2. P ist von B höchstens 8 cm entfernt. 0,4/0,2
3. P ist von A nicht weiter als 6 cm entfernt. 0,4/0,2
4. P ist von der Geraden AB mindestens 3 cm entfernt. 0,4/0,2

Flächen 0,2

Die Menge P ist genau zu definieren. Die Zugehörigkeit von Flächen, Linien und Punkten sind deutlich zu markieren.

Lösung

Die Menge P ist die schraffierte Fläche inkl. den kreisförmigen Begrenzungen und der Begrenzung durch die Bed. 4.

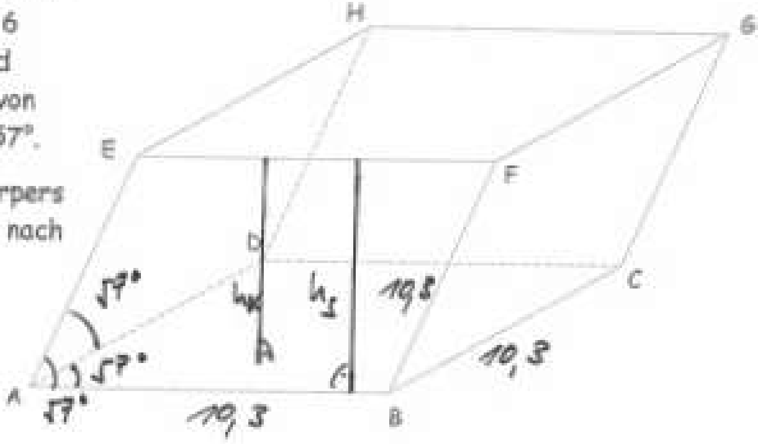


Name:

Vorname:

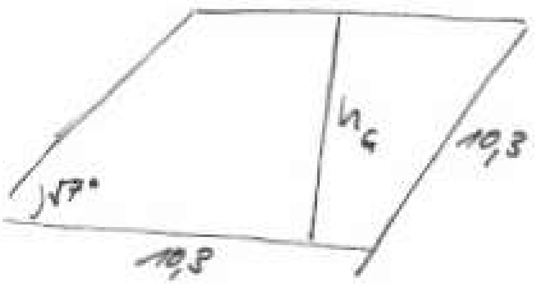
A11 Das Parallelflach, ein Prisma mit gegenüberliegenden parallelen Flächen, ist durch 6 Rhomben begrenzt. Diese Rhomben sind kongruent und haben eine Seitenlänge von 10,30 cm und einen Spitzenwinkel von 57°.

Berechne das Volumen in cm³ des Körpers mit einer Genauigkeit von 2 Stellen nach dem Komma.



✍ Lösung

Grundfläche

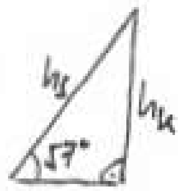


$$\underline{h_G} = 10{,}3 \cdot \sin 57° = \underline{8{,}64\,\text{cm}}$$

$$\underline{A_G} = 10{,}3 \cdot 8{,}64 = \underline{88{,}97\,\text{cm}^2}$$

$$h_S = h_G = 8{,}64\,\text{cm}$$

$$\underline{h_K} = h_S \cdot \sin 57° = 8{,}64 \sin 57° = \underline{7{,}24\,\text{cm}}$$



$$\underline{\underline{V_K}} = A_G \cdot h_K = 88{,}97 \cdot 7{,}24 = \underline{\underline{644{,}59\,\text{cm}^3}}$$