

TECHNISCHE BERUFSMATURITÄT 2000

MATHEMATIK

Name:

Vorname:

Wichtige Hinweise

Für jede Aufgabe ist ein *NEUES BLATT* zu verwenden!

Bitte *JEDES LÖSUNGSBLATT* mit dem Namen anschreiben.

Lösungen ohne klaren und vollständigen *LÖSUNGSWEG* mit Angabe der *ZWISCHENRESULTATE* werden nicht akzeptiert.

UNGÜLTIGE TEILE der Arbeit sind deutlich durchzustreichen; *RESULTATE* sind durch doppeltes Unterstreichen hervorzuheben.

Sie können mit *BLEISTIFT* schreiben.

Zwischenresultate und Resultate auf zwei *KOMMASTELLEN* runden.

Die *AUFGABENSERIE* umfasst 3 Seiten und 12 Aufgaben.

Hilfsmittel: *Taschenrechner, Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*

Prüfungsdauer: *Die Prüfung dauert 240 Minuten (keine Pause).*

Anzahl Aufgaben: *Es sind 12 Aufgaben zu lösen. Jede richtig gelöste Aufgabe zählt drei Punkte. Die maximal mögliche Punktzahl beträgt 36 Punkte.*

PRÜFUNGSNOTE

VISUM
EXAMINATOR

VISUM
EXPERTE

1(3) Überführen Sie folgenden Term auf einen Term der Form $T = k \cdot a^q$:

$$T = \frac{\sqrt{3a^{-1}} a^{n+1} (\sqrt[5]{a})^{n-5} (a^{2n+1})^c}{a^{\frac{2}{3}+c(n+1)} \sqrt[3]{2a^n \sqrt{a}}} \quad \wedge \quad a \in \mathbb{R}^+; c, n \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie anschliessend den Parameter c so, dass der Term unabhängig von n wird.

2(3) Bestimmen Sie die Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L der Exponentialgleichung:

$$27 \cdot 3^{4x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-x} \quad (G = \mathbb{R})$$

3(3) Bestimmen Sie die Definitionsmenge D und die Lösungsmenge L der Betragsgleichung:

$$|2x - |x - 5| + 3| = 10 \quad (G = \mathbb{R})$$

4(3) Ein Bauauftrag wird von 4 Firmen A,B,C,D ausgeführt. Der Bau soll gemäss Offerte innerhalb von $3\frac{1}{3}$ Monaten erstellt sein. Firma A kann aber im ersten Monat nur 50% ihrer Arbeiter zur Verfügung stellen. Dadurch wird im ersten Monat nur ein Viertel des Bauvorhabens realisiert. Im zweiten Monat scheidet Firma A wegen Differenzen mit dem Bauherrn gänzlich aus, die Firmen B und C können aber auch nur 50% ihrer Belegschaft stellen. Daher wird im zweiten Monat nur ein weiteres Bauachtel realisiert. Nach dem zweiten Monat scheidet die Firma C aus und der Bauherr engagiert wieder die Firma A, die normal arbeitet mit den Firmen B und D, wobei B die normale Belegschaft um 25% erhöht. In weiteren $2\frac{1}{2}$ Monaten ist das Bauvorhaben nun endlich erstellt. In wie vielen Monaten hätte jede der Firmen das Bauvolumen allein ausführen können?

Bem.: Das auftretende Gleichungssystem ist in der Matrizenform darzustellen und kann mit dem Rechner gelöst werden.

5(3) Gegeben ist die Parabel $f(x) = 0.25x^2 - 2x - 3.25$. Überführen Sie $f(x)$ mit Hilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelform.

Wie lautet die Scheitelform einer Parabel $g(x)$ mit den drei Eigenschaften:

1. $g(x)$ ist kongruent zu $f(x)$

2. $g(x)$ ist auf die andere Seite hin geöffnet

3. der Scheitel von $g(x)$ ist um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ gegenüber dem Scheitel von $f(x)$ verschoben.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung einer Geraden $h(x)$, welche durch die Schnittpunkte von $f(x)$ und $g(x)$ verläuft!

Bem.: Mögliche quadratische Gleichungen sind mit der Lösungsformel zu berechnen.

Auftretende Gleichungssysteme sind mit dem Determinantenverfahren zu lösen.

- 6(3) Die Lebensdauer aller Geräte einer Charge ist nicht gleich gross. Sie hängt von vielen zufälligen Einflussgrössen ab. Mit Hilfe der Statistik können wir vorhersagen, wie viel Prozent funktionierender Geräte zu einem bestimmten Zeitpunkt zu erwarten sind. Diese Information ist sehr wichtig für die Planung von Service- und Reparaturarbeiten sowie für die Bereithaltung von Ersatzteilen. In der Statistik gilt meist folgende Gesetzmässigkeit:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$R(t)$ ist die Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t [-]; [%]

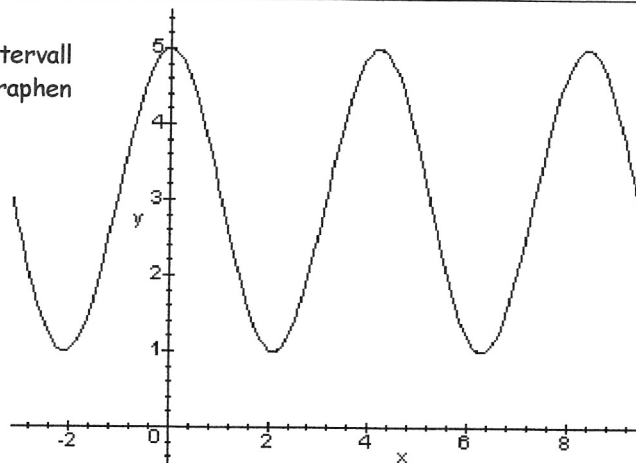
b heisst Ausfallsteilheit [-]

T heisst charakteristische Lebensdauer [a]

t ist der beurteilte Zeitpunkt (z.B. die Garantiezeit) [a]

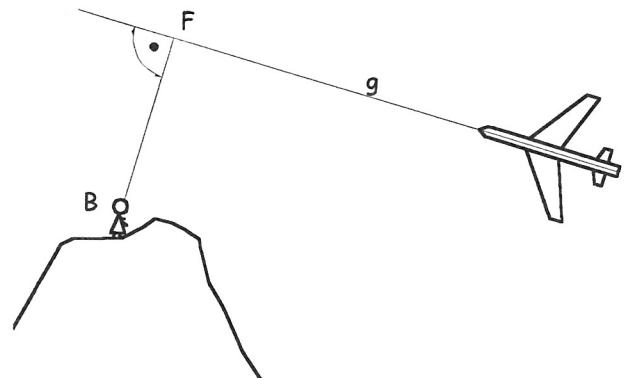
Eine Firma gewährt für ein Gerät 2 Jahre Garantie. Es ist bekannt, dass die Ausfallsteilheit des Gerätes 2.5 beträgt. Wie gross muss die charakteristische Lebensdauer mindestens sein, damit während der Garantiezeit voraussichtlich höchstens 5% der Geräte ausfallen? Skizzieren Sie die Funktion $R(t)$ im Intervall $[0;8]$. Schätzen Sie ab, wie lange es dauert bis nur noch 40% der Geräte funktionieren.

- 7(3) Sie sehen eine Sinusschwingung im Intervall $[-\pi;3\pi]$. Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Funktionsgleichung.



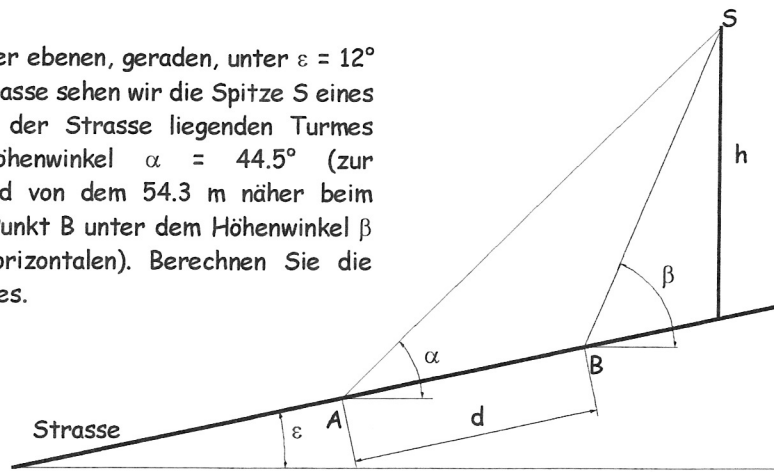
- 8(3) Ein Flugzeug fliegt auf der Geraden Bahn g . Eine Beobachterin B befindet sich auf einer Bergspitze. An welcher Stelle F der Flugbahn g kann sie das Flugzeug am besten sehen, weil es zu ihr die kleinste Entfernung hat? Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes F und die Distanz \overline{BF} .

$$g: \vec{r}_x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix}$$

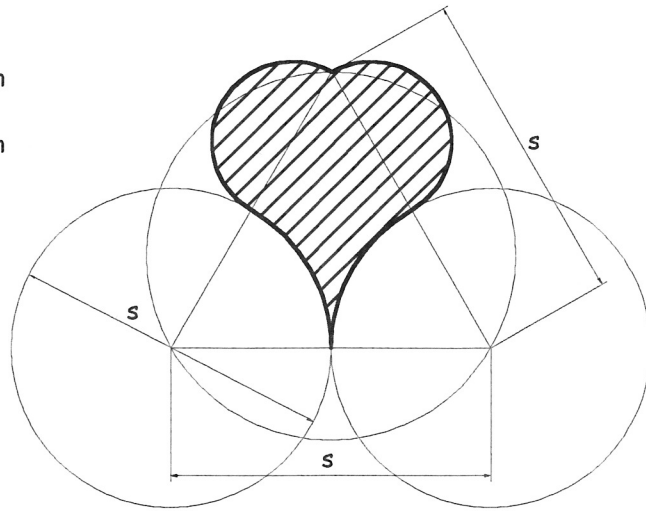


- 9(3) Die Punkte $A(5|-1|3)$, $B(1|-1|5)$, $C(-3|1|5)$ und $D(1|1|3)$ bilden ein Viereck ABCD.
- Was für ein spezielles Viereck liegt vor?
 - Berechnen Sie einen Punkt S mit positiver z -Koordinate so, dass er mit den Punkten A, B, C, D zusammen eine Pyramide mit der Höhe 6 bildet. Die Pyramidenspitze soll senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche liegen.
 - Nun soll eine zweite Pyramide so auf die erste gestellt werden, dass sie Spitz auf Spitz stehen und alle entsprechenden Seitenkanten der beiden Pyramiden zueinander parallel sind. Die obere Pyramide ist nur ein Viertel so hoch wie die untere. Berechnen Sie die Koordinaten einer Ecke der Grundfläche der zweiten Pyramide.

- 10(3) Vom Punkt A einer ebenen, geraden, unter $\varepsilon = 12^\circ$ ansteigenden Strasse sehen wir die Spitze S eines in der Richtung der Strasse liegenden Turmes unter dem Höhenwinkel $\alpha = 44.5^\circ$ (zur Horizontalen) und von dem 54.3 m näher beim Turm liegenden Punkt B unter dem Höhenwinkel $\beta = 68.7^\circ$ (zur Horizontalen). Berechnen Sie die Höhe h des Turmes.



- 11(3) Berechnen Sie
 11.1 den Umfang der schraffierten Figur
 11.2 die Fläche der schraffierten Figur und zwar jeweils
 a) allgemein
 b) mit $s = 8 \text{ cm}$



- 12(3) Sie sehen einen durch Fräsen bearbeiteten gleichschenkligen scharfkantigen 90° -Winkelstahl mit konstanter Dicke. Berechnen Sie das Volumen des entstandenen Körpers auf zwei Kommastellen genau.
 $a = 12 \text{ cm}$

