

PRÜFUNGSVORBEREITUNG 2000

MATHEMATIK

Name:

Vorname:

Wichtige Hinweise

Für jede Aufgabe ist ein *NEUES BLATT* zu verwenden!

Bitte *JEDES LÖSUNGSBLATT* mit dem Namen anschreiben.

Lösungen ohne klaren und vollständigen *LÖSUNGSWEG* mit Angabe der *ZWISCHENRESULTATE* werden nicht akzeptiert.

UNGÜLTIGE TEILE der Arbeit sind deutlich durchzustreichen; *RESULTATE* sind durch doppeltes Unterstreichen hervorzuheben.

Sie können mit *BLEISTIFT* schreiben.

Zwischenresultate und Resultate auf zwei *KOMMASTELLEN* runden.

Die *AUFGABENSERIE* umfasst 2 Seiten und 12 Aufgaben.

Hilfsmittel: *Taschenrechner, Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*

Prüfungsdauer: *Die Prüfung dauert 240 Minuten (keine Pause).*

Anzahl Aufgaben: *Es sind 12 Aufgaben zu lösen. Jede richtig gelöste Aufgabe zählt drei Punkte. Wer ≥ 33 Punkte erreicht, erhält die Höchstnote.*

PRÜFUNGSNOTE

VISUM
EXAMINATOR

VISUM
EXPERTE

- 1 Bestimmen Sie die Definitionsmenge \mathbb{D} und die Lösungsmenge L der Exponentialgleichung:

$$5 \cdot (2^2)^x + \frac{1}{4} \cdot 7^{x+1} = 20 \cdot 4^{x-2} + \frac{1}{21} \cdot 7^{x+2} \quad \wedge \quad G = R$$

- 2 Bestimmen Sie die Definitionsmenge \mathbb{D} und die Lösungsmenge L der Ungleichung:

$$\frac{3}{2x-1} + \frac{2}{0.5-x} \geq -\frac{1}{3} \quad \wedge \quad G = R$$

- 3 Für die Logarithmengleichung sind die Definitionsmenge \mathbb{D} und die Lösungsmenge L zu bestimmen:
 $\log_4(3x+4) - \log_2(2x+1) = 0 \quad \wedge \quad G = R$

- 4 Eine Schulklasse begibt sich zum 4.2 km entfernten Sportplatz. Zwei Schüler fahren mit dem Bike voraus, um den Platz einzurichten, die anderen folgen Ihnen mit der Lehrerin zu Fuss. Die beiden Biker sind in 10 min beim Sportplatz und hätten dort, nach einer Einrichtungszeit von 30 min bis zum Eintreffen der Klasse noch 20 min Pause. Bei ihrer Ankunft merken sie jedoch, dass sie die Schlüssel vergessen haben. Sie kehren sofort zu ihrer Klasse zurück, erhalten den Schlüssel und begeben sich unverzüglich wieder zum Sportplatz.

Wie viele Minuten Pause bleiben ihnen nun nach dem Einrichten noch?

Anmerkung: Fussgänger- und Biker-Geschwindigkeiten sind als konstant anzunehmen.

- 5 Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden:

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \wedge \quad p: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Falls sich die Geraden schneiden ist der Schnittpunkt und der Zwischenwinkel zu berechnen!

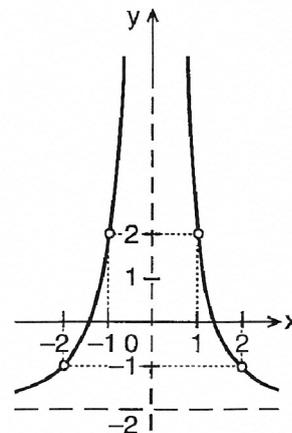
- 6 Bestimmen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung im Dreieck $\triangle ABC$ mit $A(4|-3)$, $B(2|5)$ und $C(-3|-4)$ die Geraden der Seitenhalbierenden s_a und s_b in der Parameterform. Berechnen Sie anschliessend die Koordinate des Schwerpunktes S .

- 7 Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass gilt:

a) $\cos^3(x) = \frac{1}{4}(3\cos(x) + \cos(3x)) \quad \wedge \quad G = R$

b) $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \quad \wedge \quad G = R$

- 8 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Potenzfunktion. Asymptote und Pol sind als gestrichelte Linie gezeichnet.



- 9 Drei sich schneidende Geraden mit den Funktionen

$$f_1 = \{x, y | y = f_1(x) = -4x - 27\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}, f_2 = \{x, y | y = f_2(x) = 12x + 21\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}, f_3 = \{x, y | y = f_3(x) = 4x + 13\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

bilden die Seiten eines Dreiecks!

Bestimmen Sie die Scheitelform der Parabel, die durch die Eckpunkte dieses Dreiecks geht und skizzieren Sie die Parabel in die xy -Ebene!

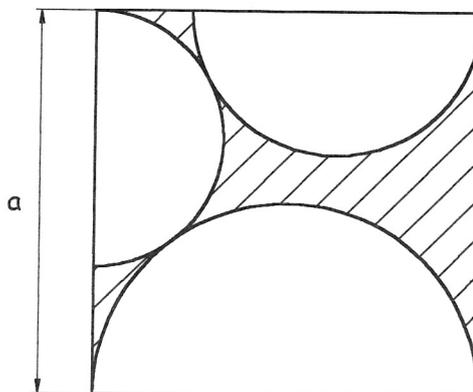
Anmerkung: Die Scheitelform ist mit Hilfe der quadratischen Ergänzung herzuleiten.
Auf tretende Gleichungssysteme sind mit dem Determinantenverfahren zu lösen.

- 10 Stellen Sie die Lösungsmenge der Betragsfunktionsgleichung in der xy -Ebene dar!

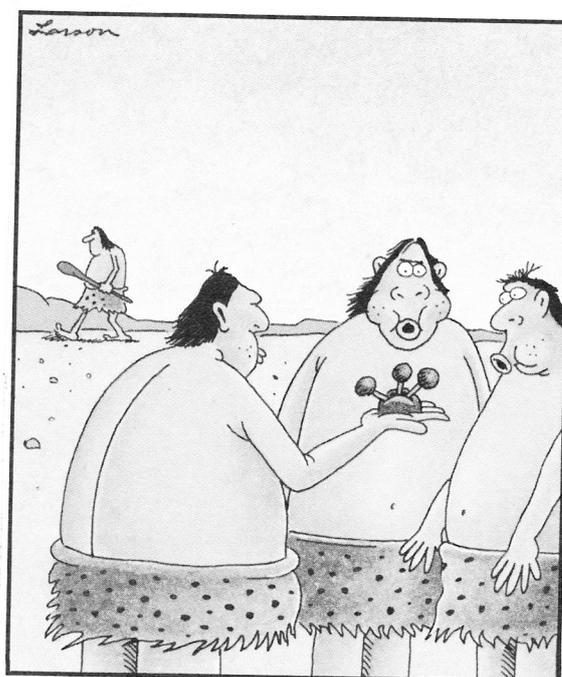
$$f(x) = \{x, y | y = f(x) = |2x - |x - 5| + 3|\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

- 11 Im Quadrat mit der Seitenlänge a sind drei Halbkreise einbeschrieben. Berechnen Sie die Radien dieser drei Halbkreise. Die Resultate sind in der Form $r_i = k_i \cdot a \wedge k, a \in \mathbb{R}$ anzugeben.

Welcher Prozentsatz der Quadratfläche wird durch die Halbkreise überdeckt?



- 12 In ein Becken von der Form einer Halbkugel, gefüllt mit 200 dm^3 Wasser, wird eine Stahlkugel mit der Dichte $\rho = 7.85 \text{ kg/dm}^3$ und der Masse $m = 32.88 \text{ kg}$ gelegt. Wir stellen fest, dass die Stahlkugel gerade mit Wasser bedeckt ist. Wie gross ist der Radius des Beckens?



Danook shows off his Swiss Army Rock.