TECHNISCHE BERUFSMATURITÄT 2001

MATHEMATIK

Name:		Vorname:	
		Prüfungsnummer:	

Wichtige Hinweise

Für jede Aufgabe ist ein *NEUES BLATT* zu verwenden!

Bitte *JEDES LÖSUNGSBLATT* mit ihrem vollständigen Namen der Prüfungsnummer anschreiben!

Lösungen ohne klaren und vollständigen *LÖSUNGSWEG* mit Angabe der *ZWISCHENRESULTATE* werden nicht akzeptiert.

UNGÜLTIGE TEILE der Arbeit sind deutlich durchzustreichen; *RESULTATE* sind durch doppeltes Unterstreichen hervorzuheben.

Sie können mit *BLEISTIFT* schreiben.

Zwischenresultate und Resultate auf zwei signifikante Stellen nach dem *KOMMA* runden.

Die *AUFGABENSERIE* umfasst 2 Seiten und 10 Aufgaben.

Hilfsmittel:	*Taschenrechner Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*
Prüfungsdauer:	*Die Prüfung dauert 240 Minuten (keine Pause).*
Anzahl Aufgaben:	*Es sind 10 Aufgaben zu lösen. Jede richtig gelöste Aufgabe zählt drei Punkte. Die maximal mögliche Punktzahl beträgt 30 Punkte.*

ERREICHTE PUNKTE		*VISUM EXAMINATOR*	
PRÜFUNGSNOTE		*VISUM EXPERTE*	

1 Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der Exponentialgleichung in der Grundmenge der reellen Zahlen **G** = **R**.

$$5 \cdot \left(2^2\right)^x + \frac{7^{x+1}}{4} = 20 \cdot 4^{x-2} + \frac{7^{x+2}}{21}$$

---

2 Gegeben ist der Term $T(x) = \dfrac{bx^2 + 2.5x - 1}{x^2 + x - 6} \quad \wedge \quad x, b \in R$

I Bestimmen Sie die Definitionsmenge des Terms.

II Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen der Gleichung $T(x) = 0$ mit Hilfe einer Fallunterscheidung.

III Die Gleichung $T(x) = 1$ soll keine Lösung in **R** haben. Welche Werte für den Parameter b erfüllen diese Bedingung?

---

3 I Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Gleichung mit Hilfe der Additionstheoreme! (Vorkommende Nenner setzen wir $\neq 0$ voraus!)

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \tan(x)}{1 - \tan(x)}$$

II Lösen Sie die folgende Gleichung im Intervall $[0; 3\pi]$!

$$\sin(x)\cot(x) = 1 - \cos(2x) \quad \wedge \quad x \in R$$

---

4 Die drei Winkelhalbierenden eines Dreiecks bilden im gemeinsamen Schnittpunkt drei Winkel, die sich wie $4:5:6$ verhalten. Berechnen Sie die Dreieckswinkel α, β und γ.

Bem.: Das auftretende Gleichungssystem ist mit der Determinantenmethode nach SARRUS zu lösen.

---

5 Gegeben ist die lineare Parameterfunktion:

$$f : x \to f(x), \quad D_f = R, \quad f(x) = (6 - 2a)x + (a - 1) \quad \wedge \quad a \in R$$

I Bestimmen Sie den Parameter a so, dass der Graph G_f eine steigende Gerade ist.

II Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a, in welchem Bereich der Graph G_f oberhalb der Abszisse verläuft.

III Bestimmen Sie a so, dass der Schnittpunkt des Graphen G_f mit der Abszisse rechts vom Ursprung des Koordinatensystems liegt.

---

6 Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Parabel und die Funktionsgleichung einer Geradenschar:

$$f : x \to f(x), \quad D_f = R, \quad f(x) = -1.5x^2 + 5x + 6$$

$$g_t : x \to g_t(x) \quad D_g = R \quad g_t(x) = 3x + t \quad \wedge \quad t \in R$$

I Bestimmen Sie diejenige Gerade aus der Schar, welche Tangente an die Parabel ist. Geben Sie die Koordinaten des Berührungspunktes an.

II Setzen Sie $t = -4$. Die Parabel $f(x)$ und die Gerade $g_{-4}(x)$ schneiden sich in den Punkten P_1 und P_2, wobei P_1 der höher liegende Punkt in der xy-Ebene ist. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P_1 und P_2.

III Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden $h(x)$, die durch P_1 verläuft und normal auf $g_{-4}(x)$ steht.

7 Gegeben ist eine Sinusschwingung: $f: x \to f(t),\quad D_f = R,\quad f(t) = -2\sin\left(\frac{t}{2} + \frac{\pi}{5}\right) + 1$

I Durch Parameter wurde die Grundfunktion $g(t) = \sin(t)$ in die Funktion $f(t)$ überführt. Deuten Sie diese Veränderungen.

II Verschieben Sie den Graphen $G_{f(t)}$ mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2\pi/5 \\ -1 \end{pmatrix}$ und bestimmen Sie die Funktionsgleichung $h(t)$ der verschobenen Funktion.

III Skizzieren Sie die Funktion $h(t)$ im Intervall von $[-2\pi; 2\pi]$.

---

8 Bestimmen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung im ebenen Dreieck ΔABC mit den Eckkoordinaten A (4|-3), B (2|5) und C (-3|-4) die Parametergleichungen für die Geraden der Seitenhalbierenden s_a und s_b. Berechnen Sie anschliessend die Koordinaten des Schwerpunktes S.

---

9 Die Punkte A(5|-1|3), B(1|-1|5), C(-3|1|5) und D(1|1|3) bilden ein Viereck ABCD.

I Zeigen Sie die Ebenheit des Viereckes. Was für eine spezielle Form hat das Viereck?

II Berechnen Sie einen Punkt S mit positiver z-Koordinate so, dass er mit den Punkten A,B,C,D zusammen eine gerade Pyramide (die Pyramidenspitze soll senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche liegen) mit der Höhe h = 6 bildet.

III Nun soll eine zweite Pyramide so auf die erste gestellt werden, dass sie Spitz auf Spitz stehen und alle entsprechenden Seitenkanten der beiden Pyramiden zueinander parallel sind. Die obere Pyramide ist nur ein Viertel so hoch wie die untere. Berechnen Sie die Koordinaten einer Ecke der Grundfläche der zweiten Pyramide.

---

10 Der gezeichnete Körper wurde aus einem Würfel mit der Kantenlänge a gefräst.

I Berechnen Sie das Volumen des Körpers als Funktion der Kantenlänge a.

II Der Körper wird auch als Drahtmodell gefertigt. Aus wie viel Meter Draht besteht der Körper, wenn die Kantenlänge a = 14 cm beträgt.