BM

Gewerblich-Industrielle Berufsschule Solothurn
Berufsmittelschule

Mathematik 2003

Name: | Vorname:

Wichtige Hinweise

- ***JEDE AUFGABE*** muss auf ein separates ***BLATT*** gelöst werden!
- Bitte ***JEDES LÖSUNGSBLATT*** mit ihrem vollständigen ***NAMEN*** in ***BLOCKSCHRIFT*** anschreiben!
- ***LEERE LÖSUNGSBLÄTTER***, von nicht gelösten Aufgaben, müssen auch abgegeben werden.
- ***UNGÜLTIGE TEILE*** der Arbeit sind durchzustreichen.
- Sie können mit ***BLEISTIFT*** schreiben.

Prüfungsdauer: *Die Prüfung dauert 240 Minuten (keine Pause).*

Prüfungsblätter: *Die Prüfung umfasst drei Blätter:*

1) *Dieses Blatt 1/3*
2) *Aufgabenblatt 2/3*
3) *Aufgabenblatt 3/3*

Bewertung: *Es sind 11 Aufgaben zu lösen. Die zu erreichende Punktzahl pro Aufgabe folgt hinter der Aufgabennummer. Um die volle Punktzahl zu erreichen, muss der Lösungsgang klar und lückenlos dargestellt sein. Auftretende quadratische Gleichungen und Gleichungssysteme sind von Hand zu lösen. Die maximal mögliche Punktzahl beträgt 39 Punkte.*

Hilfsmittel: *Taschenrechner Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*

Erreichte Punkte | *Visum Examinator*

Prüfungsnote | *Visum Experte*

1(5P) Eine Wohnungsbaugesellschaft, die ein Grundstück von 12'000 m^2 erworben hat, will dieses Gelände mit Fertighäusern bebauen. Sie bietet zwei Typen A und B an:

Typ	Grundstücksfläche in Quadratmeter (m^2)	Preis in Geldeinheiten (GE)	Arbeitszeit in Stunden (h)	Anzahl der Personen die im Haus leben
A	400	300'000	18'000	5
B	600	200'000	6'000	7

Der Gesellschaft steht ein Kapital von 6 Mio. GE zur Verfügung. Für den Bau der Häuser können nicht mehr als 324'000 h aufgebracht werden. In welcher Anzahl ist das Grundstück mit den Häusern des Typs A und B zu bebauen, damit insgesamt möglichst viele Personen in den beiden Häusertypen wohnen können?

a) Definieren Sie die beiden Variablen x und y.

b) Bestimmen Sie die Bedingungen und die Zielfunktion $z = f(x,y)$ für das Planungspolygon.

c) Zeichnen Sie ein möglichst grosses Planungspolygon mit der Parallelenschar der Zielfunktion. Tipp: Die Skalierung der Koordinatenachsen evtl. unterschiedlich wählen.

d) Bestimmen Sie die Anzahl gebauter Häuser je Typ und die maximale Anzahl Personen die darin leben können.

2(4P) Die drei Punkte A (1|1|-1), B (3|3|2) und C (3|-1|-2) bestimmen eine Ebene E.

a) Geben Sie eine Koordinatengleichung von E an.

b) Finden Sie einen Einheitsnormalenvektor $\overrightarrow{n_0}$ von E.

c) Berechnen Sie den Abstand d zwischen E und dem Ursprung. Geben Sie auch denjenigen Punkt F auf E an, der dieses Minimum realisiert.

d) Bestimmen Sie den Winkel α zwischen E und der xy-Ebene.

3(3P) Gegeben sind die Funktionsgleichungen einer Parabel und einer Geradenschar (Scharparameter t). Bestimmen Sie diejenige Gerade aus der Schar, welche Tangente an die Parabel ist und berechnen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes T.

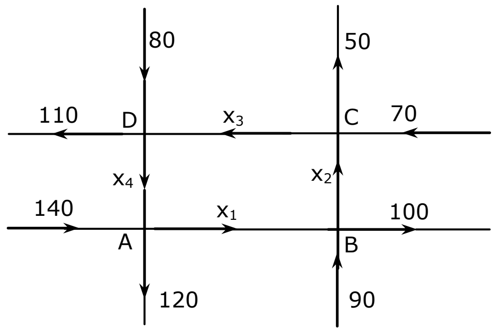
$$f: x \to f(x), \quad D_f = R, \quad f(x) = 0.25x^2 + 2x - 5$$

$$g: x \to g(x), \quad D_g = R, \quad g(x) = \tfrac{2}{3}x + t$$

4(3P) Die Zeichnung stellt ein Netz von Einbahnstrassen dar. Die Pfeile bezeichnen die erlaubten Fahrtrichtungen. Die angegebenen Zahlen und die Grössen $x_1,\ldots,x_4$ bezeichnen den Verkehrsfluss in Anzahl Autos pro Stunde.

a) Bestimmen Sie die Verkehrsflüsse $x_1,\ldots,x_4$.

b) Wegen Bauarbeiten wird der Verkehrsfluss von C nach D auf maximal 100 Autos/h beschränkt. Welche maximalen Verkehrsflüsse haben dann die übrigen?



5(3P) Bestimmen Sie D und L der goniometrischen Gleichung im gegebenen Intervall $[-\pi\,;2\pi]$:

☞ Das Lösen der Gleichung über die Sinusfunktion führt auf eine quadratische Gleichung!

$$3\tan(x) - \cos(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

6(2P) Falten Sie ein Stück Papier im DIN-Format mehrfach längs einer Mittellinie, so liegen erst zwei, dann vier Schichten übereinander. Es wird dabei immer kleiner und dicker. Wie oft müssten Sie es falten können, um einen Turm zu erhalten, der mindestens bis zum Mars reicht? (Marsopposition für das Jahr 2003: Entfernung Mars-Erde = 55.758 E6 km, Papierdicke = 0.2 mm)

7(4P) Bestimmen Sie die Lösungsmenge für die gegebenen Gleichungen in der Grundmenge der reellen Zahlen G=$\mathbb{R}$:

a) $\frac{3x}{x+5} \leq \frac{6}{x-1} \quad \wedge \quad D = R \setminus \{-5;1\}$

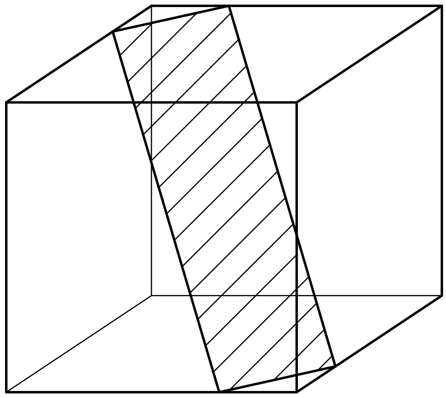
b) $4^{3x-1} \cdot 2^{4x} - 16 = 32^{x-0.2} \quad \wedge \quad D = R$

8(3P) Gegeben ist die Bruchgleichung mit x als Variable und $b \in R$ als Parameter. Welchen Wert muss der Parameter b annehmen, damit die Gleichung erfüllt wird? Vereinfachen und lösen Sie die Gleichung nach b auf.

$$\frac{x^2 - 8x + 4b}{x-3} - \frac{3b+20}{x-4} = \frac{x^2 - 9x - 3b}{x-4} + \frac{b-6}{x-3} \qquad x \in R \setminus \{3;4\}$$

Setzen Sie anschliessend den Wert für b in die Bruchgleichung ein und verifizieren Sie Ihre Lösung!

9(3P) Ein ebener Streifen (schraffiertes Parallelogramm) wurde gemäss Zeichnung in einen Würfel gelegt.



a) Leiten Sie die Tangensfunktion des Neigungswinkel α in Abhängigkeit der Würfelkante a und der Streifenbreite b her: $\tan\alpha = f(a,b)$

Berechnen Sie anschliessend mit Ihrer Formel für a=10cm und b=3cm den Neigungswinkel α.

b) Der Würfel habe die Kantenlänge a und der Neigungswinkel des Streifens soll 45° sein. Welche Breite b muss der Streifen jetzt haben? ($b = f(a)$).

10(6P) Gegeben sind die reellen Funktion

$f: x \to f(x), \quad f(x) = \ln(x) - 3, \quad D = R^+$

$g: x \to g(x), \quad g(x) = -2x + 4, \quad D = \left]-\infty; 2\right[$

a) Bilden Sie die Verkettung $h(x) = (f \circ g)(x)$.

b) Geben Sie den Definitions- und den Wertebereich von $h(x)$ an.

c) Bestimmen Sie die Nullstelle und den Ordinatenabschnitt von $h(x)$.

d) Bilden Sie die Umkehrfunktion von $h(x)$.

e) Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktion streng monoton fallend ist.

☝ Kriterium für streng monoton fallend: $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$

Falls Sie bei d) die Umkehrfunktion nicht bilden konnten lösen Sie e) mit folgender Funktion: $k(x) = -\frac{1}{3}e^{x+3} + 5$

f) Erstellen Sie eine Wertetabelle für $f(x)$ und $g(x)$ mit $x > 0$ und zeichnen Sie die Graphen! Bestimmen Sie grafisch, näherungsweise die Koordinaten des Schnittpunktes zwischen $G_{f(x)}$ und $G_{g(x)}$.

11(3P) Gegeben sind im $\mathbb{V}^3$ die beiden Geraden g und h:

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}; \qquad h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E, die folgende Bedingungen erfüllt: $E \perp yz-Ebene \quad \wedge \quad g \subset E$

b) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h. Falls Sie sich schneiden ist der Schnittwinkel φ zu berechnen.