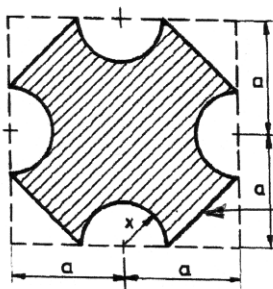


Aufgabe 1

(4 Punkte)

Wie gross muss der Radius x in Abhängigkeit von a gewählt werden, damit der Umfang der schraffierten Figur gleich demjenigen des umschriebenen Quadrates wird?



Umfang Quadrat: $8a$

Vier Halbkreise: $2 \cdot 2\pi x$

$(a-x) \cdot \sqrt{2}$

$$8a = 4\sqrt{2}(a-x) + 4\pi x$$

$$\underline{\underline{x = \frac{2-\sqrt{2}}{\pi-\sqrt{2}} \cdot a \approx 0,339 a}}$$

2.

$$G(x, y) = 200x + 600y \rightarrow \max \rightarrow \underline{\underline{\text{Zielfunktion: } y = -\frac{1}{3}x + \frac{G}{600}}}$$

Nebenbedingungen:

$$\text{I } x \geq 0; y \geq 0$$

$$\text{II } x + y \leq 40 \rightarrow y \leq -x + 40$$

$$\text{III } 10x + 40y \leq 800 \rightarrow y \leq -\frac{1}{4}x + 20$$

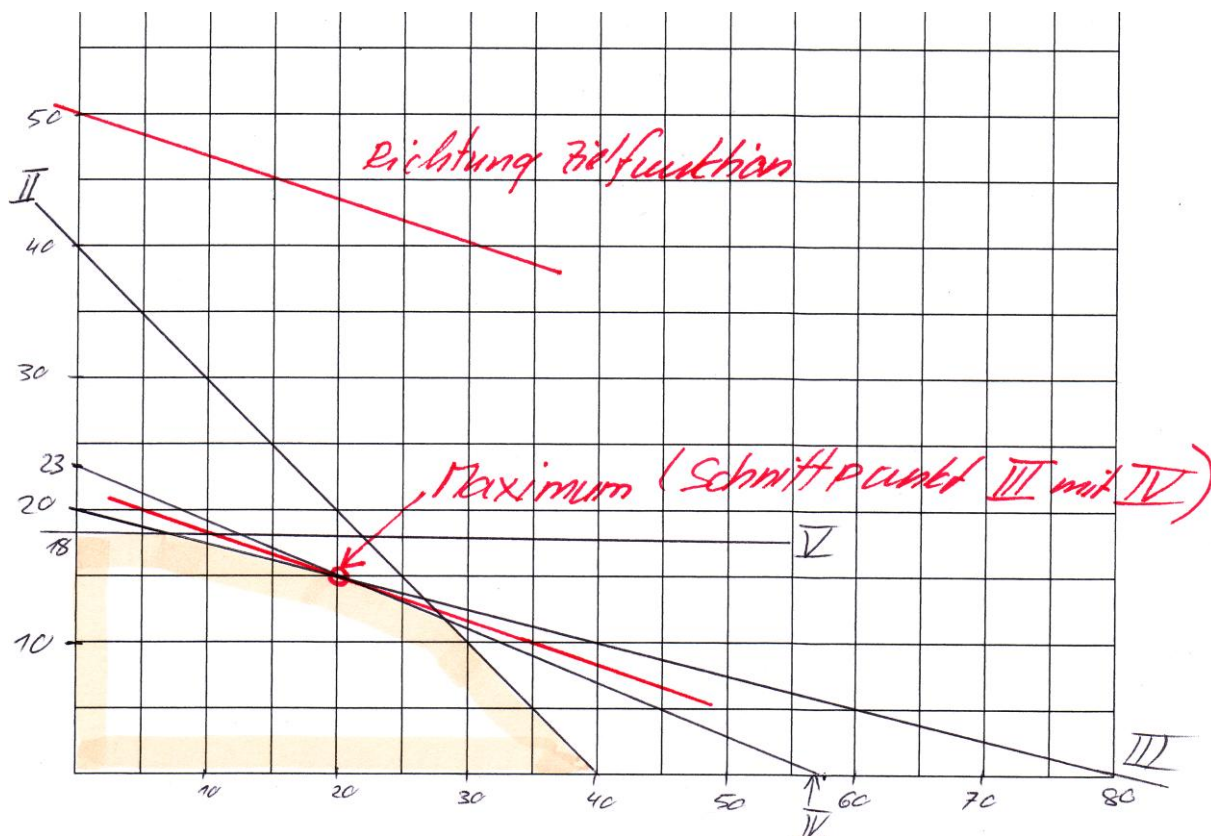
$$\text{IV } 8x + 20y \leq 460 \rightarrow y \leq -\frac{2}{5}x + 23$$

$$\text{V } y \leq 18$$

$$\text{Maximum: } -\frac{1}{4}x + 20 = -\frac{2}{5}x + 23$$

$$\underline{\underline{x = 20 \quad y = 15 \text{ (FE)}}}$$

$$\underline{\underline{G_{\max} = 200 \cdot 20 + 600 \cdot 15 = 13.000 \text{ (GE)}}}$$



3.

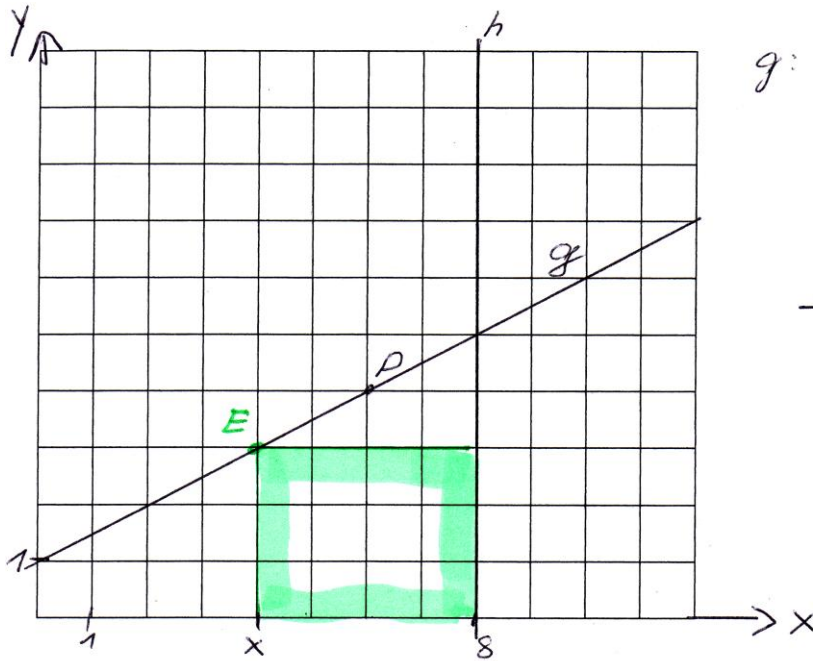
	1Wagen	2Wagen
Zeit alleine in Min	60	45
Anteil pro Min	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{45}$
Einsatz- dauer in Min	15	$x+15$

$$\frac{15}{60} + \frac{x+15}{45} = \frac{3}{4}$$

$$\underline{\underline{x = 7,5 \text{ Min}}}$$

$$b) \quad \frac{15}{60} + \frac{30}{x} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{x = 40 \text{ Min}}}$$

4.



$$g: m = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + q$$

$$4 = \frac{1}{2} \cdot 6 + q \rightarrow q = 1$$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{2}x + 1}}$$

Fläche Rechteck
Zielfunktion

$$A = (8 - x) \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8$$

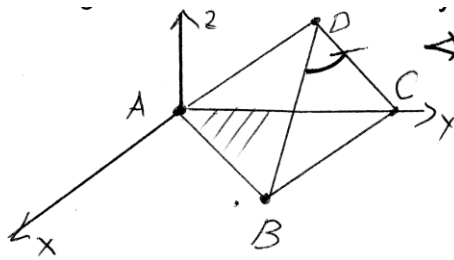
x-Koordinate vom Scheitelpunkt

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \cdot (-\frac{1}{2})} = 3 \Rightarrow y = 2.5$$

$$\underline{\underline{E(3/2.5)}}$$

$$\underline{\underline{A = 5 \cdot 2.5 = 12.5}}$$

5.



$\angle BDC = \varphi$

$$\vec{DB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{DB} \cdot \vec{DC}}{|\vec{DB}| \cdot |\vec{DC}|} \approx 0,818 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi \approx 35,08^\circ}}$$

c) Fläche $\triangle BCD$ $A = \frac{1}{2} |\vec{DB}| \cdot |\vec{DC}| \cdot \sin \varphi \approx \underline{\underline{13,34}}$

d) Formelsammlung $x_s = \frac{x_B + x_C + x_D}{3} = \frac{4 + 0 + 2}{3} = 2$

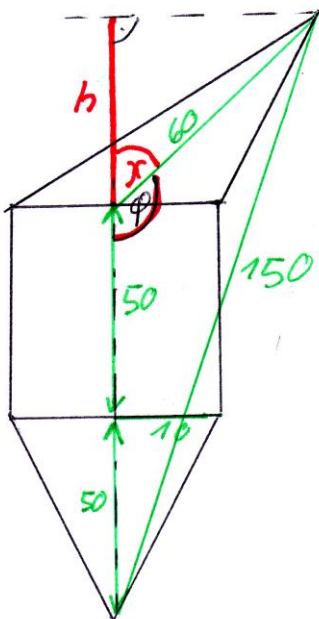
entsprechend y_s, z_s somit $\underline{\underline{S(2 | 5,6 | 2)}}$

e) $V = \frac{1}{3} G h$ $G = \text{Fläche } \triangle ABC = \frac{7 \cdot 4}{2} = 14$

$h = z\text{-Koordinate von } D = 6$

$\underline{\underline{V = 28}}$

6.



Berechnung von φ mit Kosinussatz:

$$\cos \varphi = \frac{60^2 + 100^2 - 150^2}{2 \cdot 60 \cdot 100} \Rightarrow \varphi \approx 137,87^\circ$$

$$\Rightarrow \chi = 42,12^\circ$$

$$\cos \chi = \frac{h}{60} \Rightarrow \underline{\underline{h = 44,5 \text{ cm}}}$$

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot 10^2 \cdot 50 = 15707,96 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{geradenk}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot 50 \approx 5235,98 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Schichtenk}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 10^2 \cdot 44,5 \approx 4460,03 \text{ cm}^3$$

$$\underline{\underline{V_{\text{total}} \approx 25'604 \text{ cm}^3}}$$