Aufgabe 1 2 Pt.

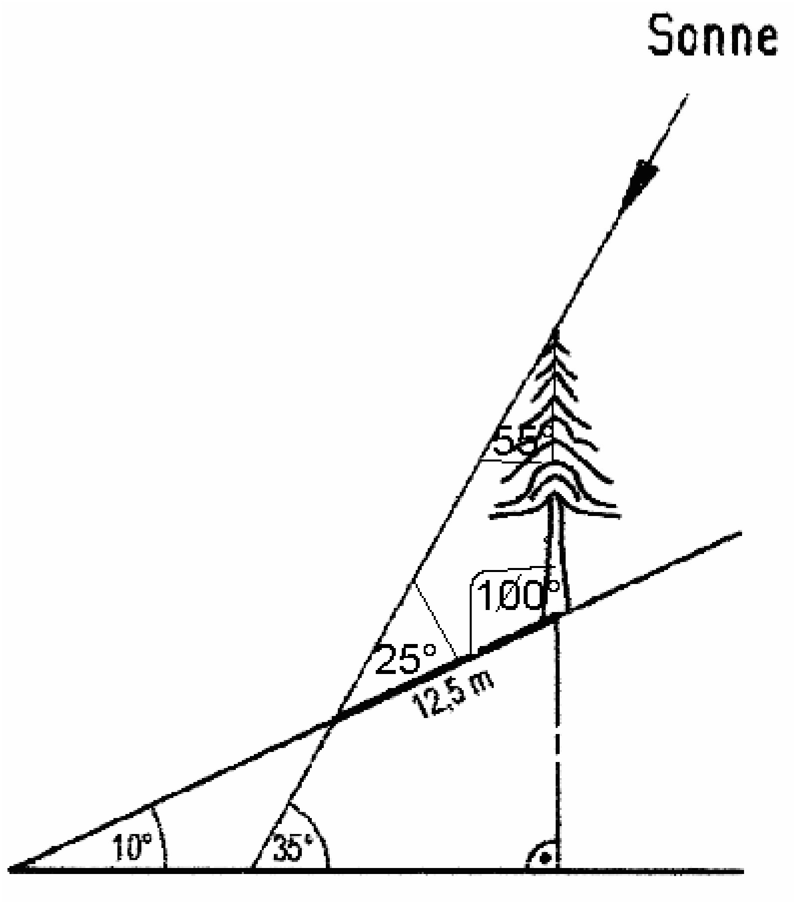
Ein Baum steht auf einem Hang, der um 10° gegenüber der Waagrechten geneigt ist. Die Länge des Schattens, der auf die Falllinie fällt, beträgt 12,5 m. Die Sonne bildet mit der Horizontalen einen Winkel von 35°.

Wie hoch ist der Baum?

$$\frac{h}{\sin 25°} = \frac{12{,}5m}{\sin 55°}$$ *0,5 Pt.*

$$h = \frac{12{,}5m \cdot \sin 25°}{\sin 55°}$$

$$\underline{\underline{h = 6{,}45m}}$$ *0,5 Pt.*



Skizze nicht maßstäblich !

1 P.

Gesperrt bis Dezember 2008

Aufgabe 2 **6 Pt.**

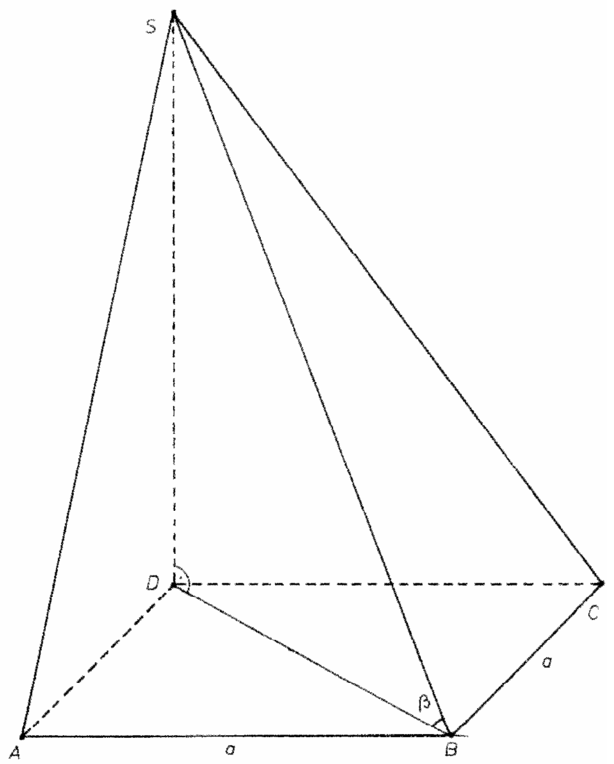
Bei einer schiefen Pyramide ABCDS mit dem Quadrat ABCD als Grundfläche liegt die Spitze S senkrecht über dem Punkt D.

Es gilt: $\overline{AB} = 6$ cm und $\overline{DS} = 8$ cm.

a) Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide.

b) Berechnen Sie das Mass β des Neigungswinkels SBD der Seitenkante $\overline{BS}$ gegenüber der Grundfläche auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

a)



1P.

b) $\overline{AC} = \overline{DB} = 6\sqrt{2}$ cm = 8,49 cm *0,5Pt.*

$A\tan\left(\frac{8}{6\sqrt{2}}\right) = \beta = \underline{\underline{43{,}31°}}$ *1P.*

c) Berechnen Sie die Innenwinkel des Dreiecks SAC auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

$\overline{AS} = \overline{CS} = \sqrt{64+36} = \underline{10\ cm}$ *0,5 Pt.*

Winkel ASC = α

$\cos\alpha = \frac{100+100-72}{2\cdot 100} = 0.64 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 50{,}21°}}$ *1P. +0,5 Pt.*

Winkel CAS = Winkel SCA = $\underline{\underline{\chi = 64{,}90°}}$ *0,5 Pt.*

d) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks SAC.

$\Delta SAC = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot \sin 50{,}21° = \underline{\underline{38{,}42\ cm^2}}$ *1 P.*

Gesperrt bis Dezember 2008

Aufgabe 3 **5,5 Pt.**

Ein Bauer pflanzt auf 50 ha Ackerfläche Zuckerrüben und Weizen an. Für ein ha Zuckerrüben benötigt er 75 h, für 1 ha Weizen 30 h Arbeitszeit. Dem Bauer stehen pro Jahr 2250 h zur Verfügung. Die Anbaufläche für Weizen soll höchstens 3 Mal so gross sein, wie diejenige der Rüben.
Mit einem ha Zuckerrüben kann er 10'000 Fr., mit Weizen 5000 Fr. Gewinn erzielen.

Es sei: *x die Fläche für Zuckerrüben in ha*
y die Fläche für Weizen in ha
<u>Einheit:</u> 1 Häuschen entspricht 5 ha. Verwenden Sie für die Grafik das beigefügte Koordinatensystem

a. Geben Sie die Ungleichungen aller Bedingungen sowie die Gleichung der Zielfunktion an.

b. Zeichnen Sie das Planungsgebiet und stellen Sie die optimale Lösung graphisch dar.

c. Wie muss der Bauer sein Land bebauen, um den maximalen Gewinn zu erzielen?

d. Wie hoch wird der maximale Gewinn?

a) $x + y \le 50 \quad \Rightarrow \quad$ I $\quad y \le -x + 50$

$75x + 30y = 2250 \quad \Rightarrow \quad$ II $\quad y \le \frac{5}{2}x + 75$

$3x \ge y \quad \Rightarrow \quad$ III $\quad y \le 3x$

$10000x + 5000y = E(x, y) \quad \Rightarrow \quad$ Z: $\quad y = -2x + \frac{E}{5000}$

c) I $\cap$ II $\quad -x + 50 = -\frac{5}{2}x + 75$

$\frac{3}{2}x = 25 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{50}{3} ha$ = 16,67 ha

$y = \frac{100}{3} ha$ = 33,33 ha

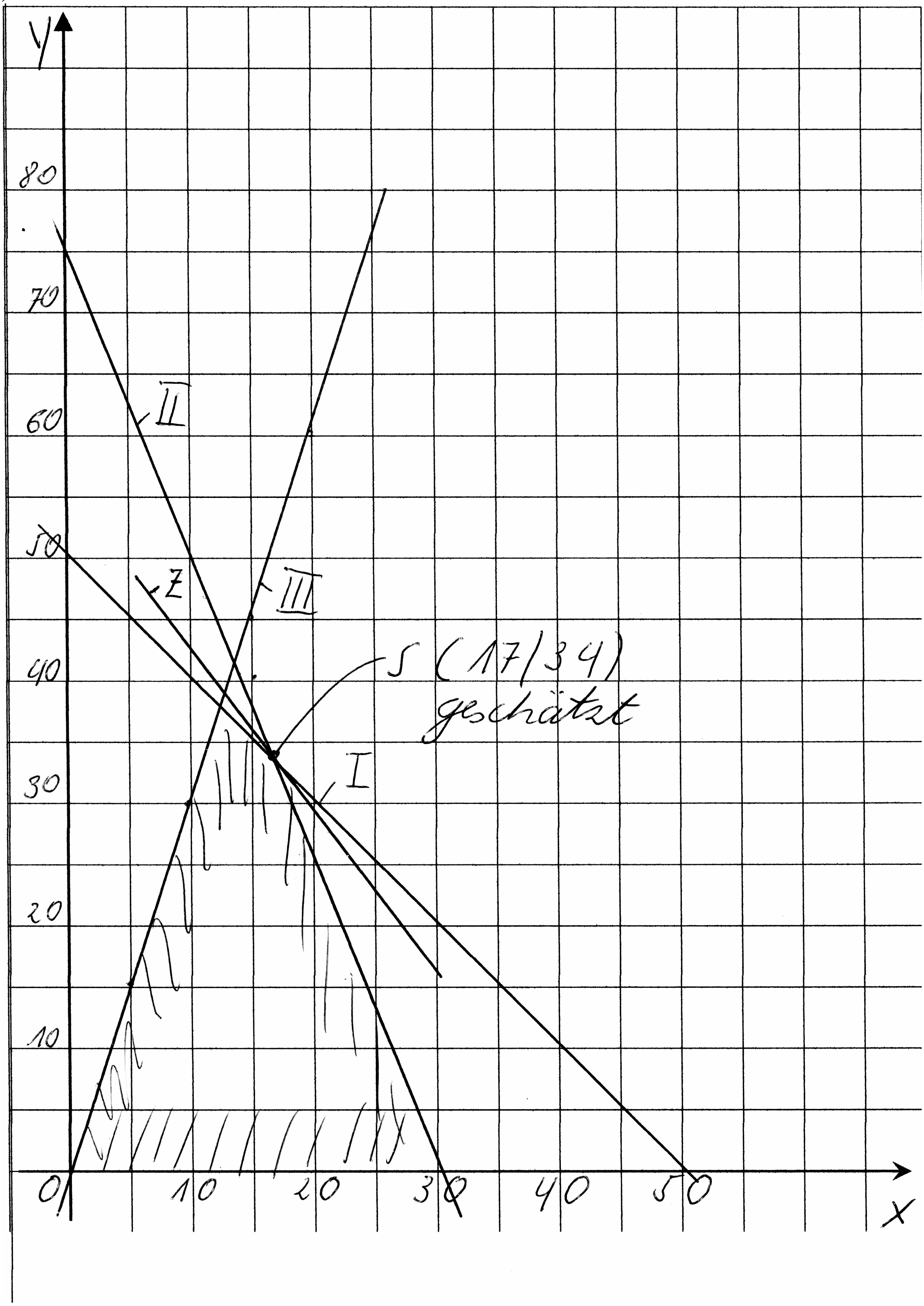
Anbaufläche Rüben: 16,67 ha Anbaufläche Weizen: 33,33 ha

d) Erlös: 333’333 Fr. [333'250 Fr. bis 333'500 Fr. je nach Einsetzung]

Bewertung

4 Gleichungen aufgestellt *2 Pt.*
4 Gleichungen zeichnen und anschreiben *2 Pt.*
Anbaufläche von Rüben und Weizen berechnen *1 P.*
Erlös berechnen *0.5 Pt.*
Für fehlende Achsenbeschriftung, fehlende Einheiten, fehlende Beschriftung der Geraden, fehlende Markierung des Zielbereiches sowie für eine unsaubere Zeichnung können bis zu *2 Pt.* abgezogen werden.

b)



Gesperrt bis Dezember 2008

Aufgabe 4 **3 Pt.**

Ein kugelförmiger Tropfen einer Seifenblasenlösung mit 7 mm Durchmesser wird zu einer Seifenblase mit einer Hautdicke von $\frac{1}{10}$ mm aufgeblasen.

a) Welches Volumen in Liter hat der Tropfen?
Geben Sie das Resultat in der Form $a \cdot 10^z$ für $1 \le a < 10$ und $z \in \mathbb{Z}$ an.

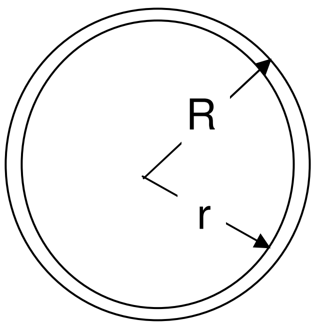
b) Wie gross ist der Durchmesser der Seifenblase?
Zeichnen Sie eine Skizze.

a) $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \pi$

$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}5^2 \cdot \pi$ mm³ = 179,6 mm³ *0,5 Pt.*

$V = 179{,}6 \cdot 10^{-6} L = \underline{\underline{1{,}796 \cdot 10^{-4} L}}$ *0,5 Pt.*

b)



0,5Pt.

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(r + \frac{1}{10}\right)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$ *0,5 Pt.*

$V = \frac{4}{3}\pi\left[\left(r + \frac{1}{10}\right)^3 - r^3\right]$

$\frac{4}{3}\pi\left[\left(r + \frac{1}{10}\right)^3 - r^3\right] - 179{,}6 mm^3 = 0$

r = 11,9 mm

$\underline{\text{R= 12 mm}}$ *1 P.*

$\underline{\underline{\text{D = 24 mm}}}$

oder

$V \approx O \cdot d$ *1 P.*

$O = 4r^2\pi$

$r \approx \sqrt{\frac{V}{4d \cdot \pi}} \approx \underline{11{,}95 mm}$

$D \approx \underline{\underline{23{,}9 mm}}$ *1 P.*

Bewertung

Die Umformung und Vereinfachung der Gleichung von Aufgabe 4 ist mit dem vorhandenen Rechner Voyager weder gefragt noch kann die Umformung als Leistung belohnt werden. Somit können eigentlich nur das Finden der Gleichung, die Bedienung des Rechners sowie das richtige Ablesen auf dem Display bewertet werden.

Aufgabe 5 **6 Pt.**

Ein Lichtstrahl geht durch die beiden Punkte A(2/3/18) und B(5/7/8) und trifft schliesslich im Punkt S(x/y/5) auf einen parallel zur x-y-Ebene liegenden Spiegel.

a) Ermitteln Sie die Geradengleichung des einfallenden Lichtstrahls.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}$$ *0,5 Pt.*

$$\underline{\underline{\vec{x}_L = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}}}$$ *0,5 Pt.*

b) Berechnen Sie die fehlenden Koordinatenwerte des Punktes S.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 18 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 5 \end{pmatrix}$$ *0,5 Pt.*

$18 - 10\lambda = 5 \Rightarrow 10\lambda = 13 \Rightarrow \underline{\underline{\lambda = 1{,}3}}$ *0,5 Pt.*

x = 2 + 3·1,3 = 5,9
y = 3 + 4·1,3 =8,2 $\underline{\underline{\text{S(5,9 / 8,2 / 5)}}}$ *1 P.*

c) Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Lichtstrahl und dem Lot auf die Spiegelebene im Punkt S.

Vektor, der das Lot repräsentiert: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ a =1 *1 P.*

$\overline{AB} = \sqrt{9+16+100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} = 11{,}18$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}$ $\overline{AB} = 11{,}18$ *0,5 Pt.*

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot \overline{AB} \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a \cdot AB}{a \cdot AB} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}}{11{,}18} = \frac{-10}{11{,}8}$$ *0,5 Pt.*

$$A\cos\left(\frac{-10}{11{,}18}\right) = \underline{\underline{\alpha = 153{,}44°}}$$

oder $\underline{\underline{\alpha' = 26{,}56}}$ *1 P.*

Gesperrt bis Dezember 2008

Aufgabe 6 **4 Pt.**

Ein Vater hat auf der Bank ein Vermögen von 200'000.- Fr. zu einem Jahres-Zins von 2,25% angelegt (gilt für a und b).

a. Entwickeln Sie einen Funktionsterm K(t), der sein Vermögen in Abhängigkeit des Anlagezeitraums t (in Jahren) angibt.

$K = 200'000 \cdot 1{,}0225^t$ *1 P.*

b. Wann kann Herr Huber über eine Million Franken verfügen?

$1{,}0225^t = 5$ *0,5 Pt.*

$t = \dfrac{\log 5}{\log 1{,}0225} = \underline{\underline{72{,}33 \text{ Jahre}}}$ *0,5 Pt.*

c. Herr Huber hat zwei Söhne von 9 und 12 Jahren. Er möchte die 200'000 Fr so aufteilen, dass jeder im Alter von zwanzig Jahren den gleiche Betrag erhält.
Welchen Betrag muss Herr Huber jeweils auf das Konto des älteren bzw. des jüngeren Sohnes einbezahlen?

$x \cdot 1{,}0225^8 = (200'000 - x) \cdot 1{,}0225^{11}$ *1 P.*

$1{,}0225^8 \cdot x = 255'462 - 1{,}0225^{11} x$

$x = \dfrac{255'462}{1{,}0225^8 + 1{,}0225^{11}} = 103'336$

Der ältere Sohn erhält $\underline{103'336 \text{ Fr.}}$. *0,5 Pt.*
Der jüngere Sohn erhält $\underline{\underline{96'664 \text{ Fr.}}}$. *0,5 Pt.*

Bewertung

Die Umformung und Vereinfachung der Gleichung von Aufgabe 6 ist mit dem vorhandenen Rechner Voyager weder gefragt noch kann die Umformung als Leistung belohnt werden. Somit können eigentlich nur das Finden der Gleichung, die Bedienung des Rechners sowie das richtige Ablesen auf dem Display bewertet werden.