Berufsmaturitätsprüfung 2007
Grundlagenfach Mathematik
Klassen BMT4a, BMT4b

Name:	Vorname:

Zeit: 240 Minuten

Punkte	Note

Die Prüfung umfasst die Aufgaben 1 – 7.
Die Punktzahlen stehen in eckigen Klammern.
Die Note 6 wird für 65 Punkte erteilt.
Die Lösungen sind sauber darzustellen und ausführlich zu dokumentieren.
Die Solve – Taste darf nur in der Aufgabe 7a verwendet werden.
Hilfsmittel: Formelsammlung ohne Beispiele; Rechner mit Handbuch.
Der Austausch von Hilfsmitteln ist nicht erlaubt!
Selbstverständlich müssen alle elektr. Geräte (MP3-Player, Natel usw.) ausgeschaltet und vom Arbeitsplatz entfernt sein.

---

1 Unabhängige Aufgaben

a) Gegeben sei das Dreieck mit den Eckpunkten A(m| 3| m), B(8| 0| m), C(-2| 5| m).

a1)[2] Berechnen Sie $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AB}$.

a2)[2] Wie gross muss m sein, dass die Dreiecksfläche den Flächeninhalt 2.5 aufweist?

b)[2] Stellen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E auf, die durch den Punkt

P(1 | 1 | 1) geht und senkrecht zur Geraden: $G: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ steht.

c)[4] Gegeben sind die Geraden: $G: \vec{r} = \begin{pmatrix} -3+\lambda \\ 1+2\lambda \\ 5-2\lambda \end{pmatrix}$ und $H: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2+3\mu \\ -3+\mu \\ 4+\mu \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinatengleichung der Ebene E, die folgende Bedingungen erfüllt: $G // E$, $H \subset E$!

2 Stellen Sie sich die Gerade durch die Punkte A(6│4│5) und B(3│0│4) als lineare Flugroute eines Passagierflugzeugs vor, sowie einen Sportflieger, der entlang einer weiteren Geraden durch P(0│-7│0) in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ fliegt.

a)[6] Weisen Sie nach, dass die Flugbahn des Sportfliegers die des Passagierflugzeugs kreuzt, indem Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Flugbahnen berechnen. Unter welchem Winkel schneiden sich die beiden Flugbahnen?

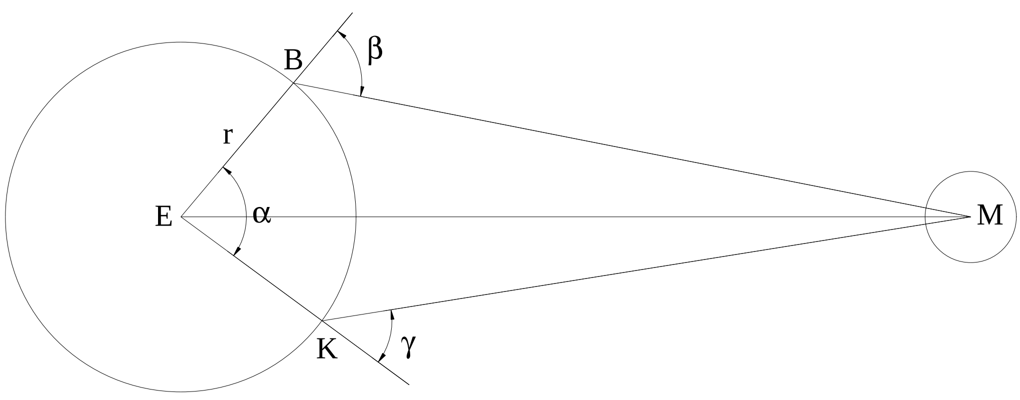
b)[4] Der Punkt C (4│4│3) sei Gipfel eines Berges. Wie nahe fliegt der Sportflieger am Gipfel vorbei? Genauer: Welcher Punkt der Flugbahn des Sportfliegers weist die kürzeste Distanz zum Gipfel auf und wie gross ist sie? Resultat exakt angeben.

3[6] 1771 haben französische Astronomen die Entfernung Erde – Mond auf trigonometrischem Weg ermittelt. Zu diesem Zweck fanden in Berlin und Kapstadt (beide Städte liegen fast auf demselben Längenkreis) gleichzeitige Winkelmessungen statt: $\beta \approx 41.2622°$, $\gamma \approx 46.5603°$.

Für den Erdradius gilt: $r \approx 6370 km$.

Ausserdem ist $\alpha \approx 86.4411°$ als Summe der geografischen Breiten von Berlin und Kapstadt ebenfalls bekannt.

Berechnen Sie daraus die Entfernungen $\overline{BM}$ und $\overline{EM}$ gemäss Figur.



4 Eine zeitabhängige Population $P(t)$ werde durch folgendes Modell beschrieben:

$$P(t) = b - (b-a) \cdot e^{-\lambda t} \qquad \wedge \quad b > a > 0 \quad \wedge \quad \lambda > 0$$

a)[2] Skizzieren Sie $P(t)$ qualitativ (allgemein) und markieren Sie in der Grafik die Parameter a und b.

b) Von einer bestimmtem Tierpopulation weiss man, dass Sie gut durch obiges Modell beschrieben wird. Von ihr ist bekannt, dass sie sich in 5 Jahren von 200 Tieren (zum Zeitpunkt $t = 0$) auf 350 Tiere vergrössert hat und $b = 1000$ ist.

b1)[3] Berechnen Sie a und λ.

b2)[2] Nach welcher Zeit t hat sich die Anfangspopulation verdreifacht?

---

5 Unabhängige Aufgaben

a)[2] Lösen Sie $a \cdot e^{0.1x} = b$ für gegebene $a, b > 0$.

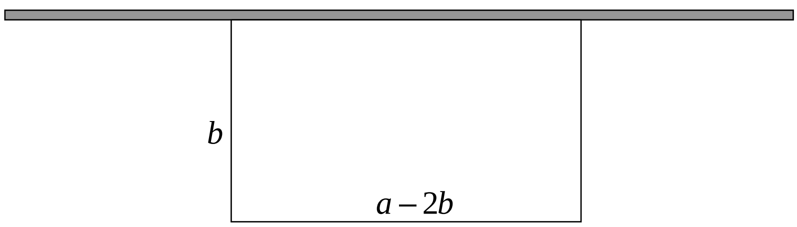
b)[4] Lösen Sie die Gleichung: $\frac{1}{\ln(x)} + \frac{1}{2} = \frac{\ln(x)}{2}$ Resultat exakt angeben!

c)[3] Vereinfachen Sie den Ausdruck so stark wie möglich: $\frac{2 - 2\cos^2(x)}{3\sin(2x)}$

d)[4] Formulieren Sie alle Lösungen der Gleichung $\sin^2(x) = a$ für gegebenes a mit $0 < a < 1$ im Intervall $[0; 2\pi[$ und zeigen Sie die Lösungen geometrisch am Einheitskreis.

e)[5] Längs einer Lärmschutzwand soll ein möglichst grosses, rechteckiges Spielfeld abgesteckt werden. Zur Verfügung stehe Zaunmaterial von $30m$ Länge.
Welches sind die Abmessungen des Rechtecks, damit die Fläche maximal wird?

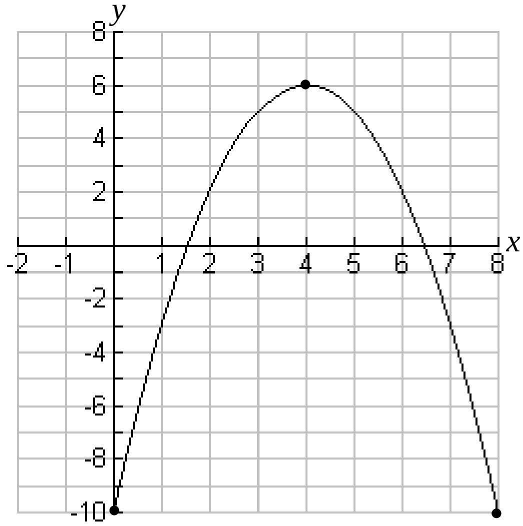
Rechteckiges Spielfeld an Lärmschutzwand



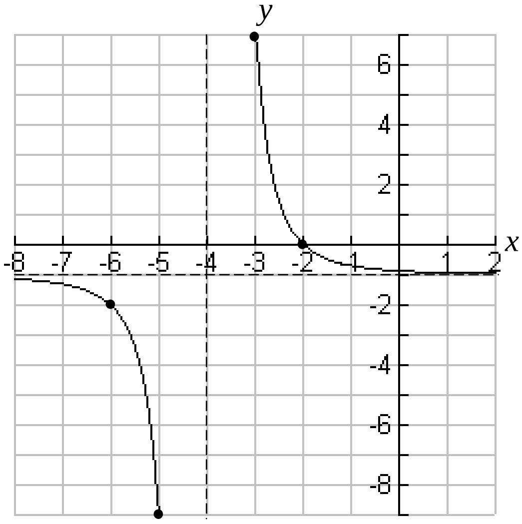
6 Unabhängige Aufgaben

Bestimmen Sie eine zum Graphen passende Funktionsgleichung:

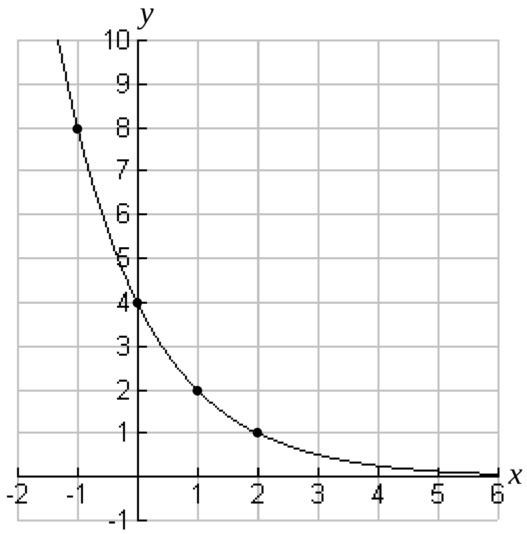
a)[2.5]



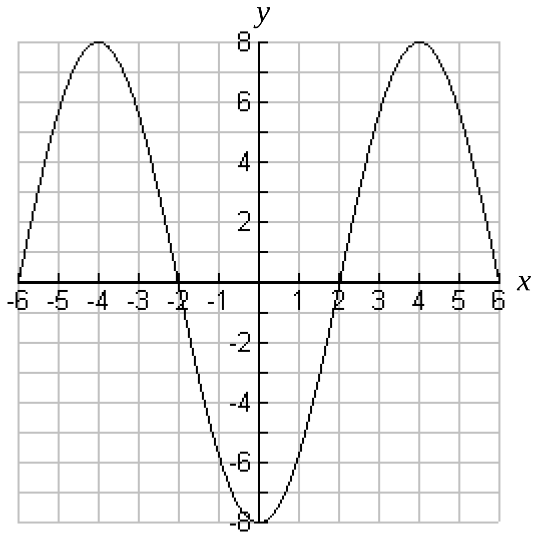
b)[3.5]



c)[2.5]



d)[2.5]



7 Unabhängige Aufgaben

a)[6] Berechnen Sie die Parameter der Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ deren Graph durch die Punkte $(-1;-3)$, $(0;0)$, $(2;-6)$, $(3;9)$ verläuft, durch Aufstellen eines Gleichungssystems. Lösung ist ganzzahlig.

b)[4] Beschreiben Sie die schraffierte Punktmenge durch ein Ungleichungssystem. Die Begrenzungslinien gehören zur Punktmenge: