# Mathematik Teil 1

Bestimmungen:

- Prüfungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: keine
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe eindeutig ersichtlich sein. Skizzen und Berechnungen (Berechnungsterme, algebraische Ausdrücke) gehören auf das abzugebende Blatt.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse sind deutlich durchzustreichen.
- Für die Note 4 sind 12 Punkte notwendig.

---

1. Vereinfachen Sie die Terme soweit als möglich: 4 Pt.

a) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{x}\right)^3 \cdot \sqrt{y^{-1}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}}{\left(\dfrac{1}{\sqrt[12]{x}}\right)^5 \cdot \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 \cdot y^{-\frac{5}{6}}}$

b) $\left(\sqrt{2x} - 2\sqrt{x}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{2x} + 2\sqrt{x}\right)^2$

c) $\ln(a^2b^3) - \ln(a^3b^2)$

d) $\dfrac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}$

2. Bestimmen Sie den Definitionsbereich für folgende Terme: 2 Pt.

a) $\sqrt{1-x^2}$

b) $\dfrac{x^2+4x}{x^3+2x^2-15x}$

3. Stellen Sie $\vec{u}$ als Linearkombination von $\vec{r}, \vec{s}$ und $\vec{t}$ dar. 3 Pt.

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 17 \end{pmatrix} \quad \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{t} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. Bestimmen Sie y so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zu einander stehen. 1 Pt.

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ y \end{pmatrix}; \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

5. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf: 4 Pt.

a) $$\frac{\lg\left(\frac{(3+x)\cdot x}{3x-4}\right)}{\lg\left(\frac{x+3}{x+1}\right)+\lg\left(\frac{(x+1)\cdot(3x-4)}{x}\right)}=1$$

b) $e^{2x}=2+e^{x}$

6. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung: 2 Pt.

$$\frac{1}{x-2}<\frac{2}{x+2} \qquad (G = R)$$

7. Lösen Sie das Ungleichungssystem grafisch und stellen Sie die Lösung mit einer Farbe dar: 2 Pt.

$$\left|\begin{array}{l} 2x+y=10 \\ x-2y\geq -5 \end{array}\right|$$

8. A und B seien zwei Punkte auf einem Kreis mit Zentrum M und Radius 4. Bestimmen Sie den Inkreisradius $\rho$ des Dreiecks ABM in Funktion des Winkels ABM. 2 Pt.

9. Gegeben sei die Parabel p: $y=-x^2+\lambda x-15$ 3 Pt.
   a. Für welche Parameter $\lambda$ besitzt die Parabel p keine Schnittpunkte mit der x-Achse?
   b. Setzen Sie für $\lambda$ = -8 und bestimmen Sie die Scheitelpunktkoordinaten mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.
   c. Bestimmen Sie die Nullstellen der Parabel in Aufgabe b.

## Lösungen Mathematik 1

1. Vereinfachen Sie die Terme soweit als möglich: 4 Pt.

a) $$\frac{\left(\sqrt[4]{x^3}\right)\cdot y^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{y^{-1}}}{\left(\frac{1}{\sqrt[12]{x}}\right)^5\cdot y^{-\frac{5}{6}}\cdot\left(\sqrt[3]{x}\right)^2}=\frac{x^{\frac{3}{4}}\cdot y^{-\frac{1}{3}}\cdot y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{5}{12}}\cdot y^{-\frac{5}{6}}\cdot x^{\frac{2}{3}}}=x^{\frac{3}{4}+\frac{5}{12}-\frac{2}{3}}\cdot y^{-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}$$

$$=x^{\frac{9+5-8}{12}}\cdot y^{\frac{-2-3+6}{6}}=x^{\frac{1}{2}}\cdot y^0=\underline{\underline{x^{\frac{1}{2}}}}=(\sqrt{x})$$

b) $\left(\sqrt{2x}-2\sqrt{x}\right)^2\cdot(\sqrt{2x}+2\sqrt{x})^2=(2x-4x)^2=\underline{\underline{4x^2}}$

c) $\ln(a^2b^3)-\ln(a^3b^2)=\ln\left(\frac{a^2b^3}{a^3b^2}\right)=\underline{\underline{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}=\underline{\underline{(\ln b-\ln a)}}$ Beide Lösungen richtig !

d) $\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{1-\cos^2\alpha}{1-\cos\alpha}=\frac{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}{1-\cos\alpha}=\underline{\underline{1+\cos\alpha}}$

---

2. Bestimmen Sie den Definitionsbereich für folgende Terme: 2 Pt.

a) $\sqrt{1-x^2}$

$D: 1-x^2\geq 0$

$1\geq x^2\Rightarrow \underline{\underline{D=\{x|-1\leq x\leq 1\}}}$

b) $\frac{x^2+4x}{x^3+2x^2-15x}$

$D: x(x^2+2x-15)=x(x+5)(x-3)$

$\Rightarrow \underline{\underline{D=R/\{-5;0;3\}}}$

---

3. Stellen Sie $\vec{u}$ als Linearkombination von $\vec{r},\vec{s}$ und $\vec{t}$ dar. 3 Pt.

$\vec{u}=\begin{pmatrix}6\\-1\\17\end{pmatrix}\quad \vec{r}=\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}\quad \vec{s}=\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}\quad \vec{t}=\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}$

$\vec{u}=a\cdot\vec{r}+b\cdot\vec{s}+c\cdot\vec{t}\Rightarrow$

$$\begin{pmatrix}6\\-1\\17\end{pmatrix}=a\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}+b\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}+c\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\3\end{pmatrix}\Rightarrow \begin{vmatrix}2a+b+2c=6\\-a+2b+2c=-1\\4a+4b+3c=17\end{vmatrix}$$

$$I-II: 3a-b=7 \rightarrow a=\frac{7+b}{3}(III)$$

$$3\cdot II-2\cdot III: -11a-2b=-37 \rightarrow a=\frac{37-2b}{11}(IV)$$

$$III=IV: \frac{7+b}{3}=\frac{37-2b}{11}$$

$$77+11b=111-6b$$

$$17b=34$$

$$b=2$$

$$3a-2=7 \rightarrow a=3$$

$$-3+4+2c=-1$$

$$2c=-2 \rightarrow c=-1 \Rightarrow \underline{\underline{\vec{u}=3\vec{r}+2\vec{s}-\vec{t}}}$$

---

4. Bestimmen Sie y so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zu einander stehen. 1 Pt.

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\y\end{pmatrix};\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix} \quad \vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}\circ\vec{b}=0\Rightarrow-5\cdot4+2y=0\Rightarrow\underline{\underline{y=10}}$$

---

5. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf: 4 Pt.

a)
$$\frac{\lg\left(\frac{(3+x)\cdot x}{3x-4}\right)}{\lg\left(\frac{x+3}{x+1}\right)+\lg\left(\frac{(x+1)\cdot(3x-4)}{x}\right)}=1$$

$$\lg(3+x)+\lg x-\lg(3x-4)=\lg(3+x)-\lg(x+1)+\lg(x+1)+\lg(3x-4)-\lg x$$

$$0=2\lg(3x-4)-2\lg x \quad |:2$$

$$\lg(3x-4)=\lg x \quad |\exp(10)$$

$$3x-4=x$$

$$x=2\Rightarrow L=\underline{\underline{\{2\}}}$$

b) $e^{2x}=2+e^x$

$$e^{2x}-e^x-2=0 \qquad \rightarrow \text{Substitution } e^x=y$$

$$y^2-y-2=0$$

$$(y-2)(y+1)=0\Rightarrow y_1=2; y_2=-1$$

$$e^x=2 \quad |\ln$$

$$x_1=\ln 2\Rightarrow L_1=\{\ln 2\}$$

$$e^x=-1\Rightarrow L_2=\{\ \}\Rightarrow L=L_1\cup L_2=\underline{\underline{\{\ln 2\}}}$$

---

6. Lösen Sie die folgende Ungleichung 2 Pt.

$$\frac{1}{x-2} < \frac{2}{x+2} \qquad (D = R / \{-2;2\})$$

$$0 < \frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{2(x-2)-(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-6}{(x+2)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{x \mid -2 < x < 2 \vee x > 6\}}}$$

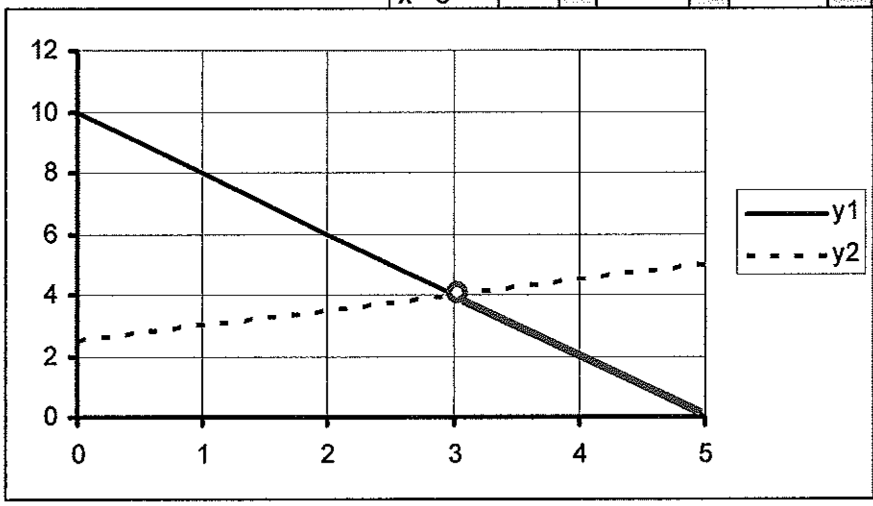
---

7. Lösen Sie das Ungleichungssystem grafisch und stellen Sie die Lösung mit einer Farbe dar. Definitionsbereich: $0 \le x < 5$

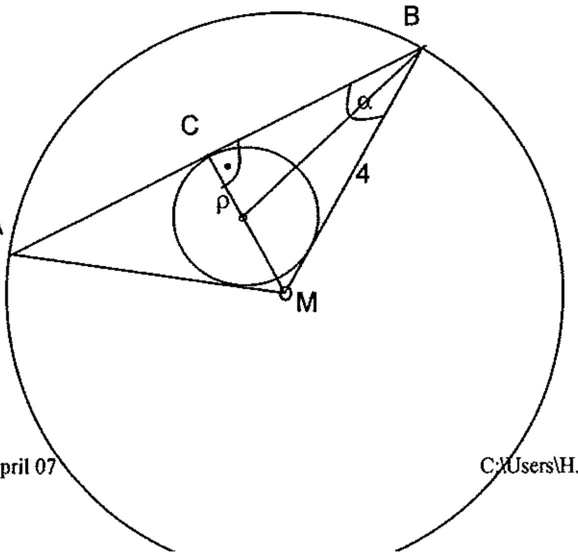
| | | 2 | | 2 | | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x + 2 | - | 0 | + | | + | | + |
| x - 2 | - | | - | 0 | + | | + |
| x - 6 | - | | - | | - | | + |
| | | | | | | | + |

$$\begin{vmatrix} 2x + y = 10 \\ x - 2y \ge -5 \end{vmatrix}$$

$$y_1 = -2x + 10$$
$$x - 2y_2 \ge -5$$
$$-2y_2 \ge -x - 5$$
$$y_2 \le 0.5x + 2.5$$




---




8. A und B seien zwei Punkte auf einem Kreis mit Zentrum M und Radius 4. Bestimmen Sie den Inkreisradius ρ des Dreiecks ABM in Funktion des Winkels ABM.

$$\cos\alpha = \frac{\overline{CB}}{4} \Rightarrow \overline{CB} = 4 \cdot \cos\alpha$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\rho}{\overline{CB}} \Rightarrow \rho = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \overline{CB}$$

$$\underline{\underline{\rho = 4 \cdot \cos\alpha \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}$$

---

9. Gegeben sei die Parabel p: $y = -x^2 + \lambda x - 15$ 3 Pt.
   a. Für welche Parameter $\lambda$ besitzt die Parabel p keine Schnittpunkte mit der x-Achse?
   b. Setzen Sie für $\lambda$= -8 und bestimmen Sie die Scheitelpunktkoordinaten mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.
   c. Bestimmen Sie die Nullstellen.

Parabel nach unten geöffnet und keine Schnittpunkte mit x-Achse $\Rightarrow y_S < 0$

a)
$$y = -(x^2 - \lambda x + 15) = -\left[\left(x - \frac{\lambda}{2}\right)^2 + 15 - \frac{\lambda^2}{4}\right] = -\left(x - \frac{\lambda}{2}\right)^2 - \left(15 - \frac{\lambda^2}{4}\right)$$

$$15 - \frac{\lambda^2}{4} > 0 \Rightarrow \lambda^2 < 60 \Rightarrow \lambda < \left|\sqrt{60}\right| = \left|2\sqrt{15}\right| \Rightarrow \underline{\underline{-2\sqrt{15} < \lambda < 2\sqrt{15}}}$$

b)
$$y = -x^2 - 8x - 15$$
$$y = -1(x^2 - 8x) - 15$$
$$y = -1(x^2 - 8x + 16) + 16 - 15$$
$$y = -1(x-4)^2 + 1 \Rightarrow \underline{\underline{x_S = 4 \wedge y_S = 1}}$$

c)
$$y = 0 = -x^2 - 8x - 15$$
$$0 = -1(x^2 + 8x + 15)$$
$$0 = -1(x+5)(x+3) \Rightarrow \underline{\underline{NS: (-5/0); (-3/0)}}$$

# Mathematik Teil 2

Bestimmungen:
- Prüfungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlung / HP 48 G
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe eindeutig ersichtlich sein. Skizzen und Berechnungen (Berechnungsterme, algebraische Ausdrücke) gehören auf das abzugebende Blatt.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse sind deutlich durchzustreichen.
- Für die Note 4 sind 10 Pt. erforderlich.

---

1. Bestimmen Sie von der untenstehenden rationalen Funktion Polstellen und Asymptoten. Skizzieren Sie die den Funktionsgraphen (ohne Wertetabelle und ohne Skalierung der Achsen).

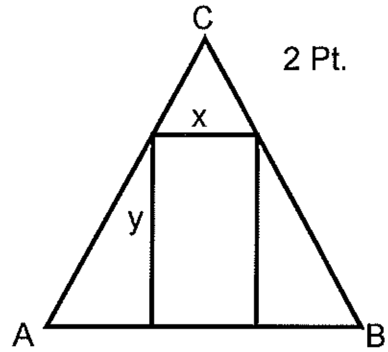
   $$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 20}{x - 3}$$ 2 Pt.

2. Aus einer Blechtafel von beliebiger Länge und einer Breite von 1.25 m soll durch Abkanten eine rechteckige Rinne in Form eines U so hergestellt werden, dass der nach oben offene Querschnitt eine möglichst grosse Fläche aufweist. Der Einfachheit halber sei angenommen, dass die Seitenränder senkrecht aufgebogen seien, d.h. Ausrundungen werden vernachlässigt. Berechnen Sie Höhe, Breite und Querschnittsfläche der Rinne. 3 Pt.

3. Bestimmen sie alle Lösungen x der folgenden goniometrischen Gleichung, die der Bedingung genügen $0° \le x \le 360°$:

   $\tan x - \sin 2x = 0$ 2 Pt.

4. Im Dreieck ABC ist a = b = 41 cm, c = 18 cm. Der Umfang des einbeschriebenen Rechteckes soll 69 cm betragen. Bestimmen Sie Länge und Breite des einbeschriebenen Rechtecks (Bild rechts). 2 Pt.




5. Gegeben sei ein Dreieck ABC mit dem Punkt A im Ursprung. Gegeben sind die Koordinaten von B(8/1) und C(4/7). Berechnen Sie
   a) die Koordinaten des Schwerpunktes, und
   b) den Winkel $\alpha$. 3 Pt.

6. In der Atomphysik wird für radioaktive Zerfallsprozesse die nebenstehende Formel verwendet. Dabei bedeutet n die Anzahl noch nicht zerfallener Atomkerne zur Zeit t, $n_0$ die Anzahl radioaktiver Kern zur t = 0. $\lambda$ ist eine materialtypische Konstante und heisst Zerfallskonstante mit der Dimension $s^{-1}$,($Tag^{-1}$).

$$\boxed{n(t) = n_0 \cdot e^{-\lambda t}}$$

Zu einem bestimmten Zeitpunkt t = 0 beträgt die Masse von Wismut 15g, was einer Zahl $n_0 = 4.3018 \cdot 10^{22}$ Atomen entspricht. Nach 12 Tagen sind noch $n(t) = 8.1778 \cdot 10^{21}$ vorhanden.

Die radioaktive Substanz Wismut zerfällt und wandelt sich dabei in Polonium. Das Element Polonium wurde 1898 von der polnischen Physikerin Maria Sklodowska, besser bekannt unter dem Namen Marie Curie, entdeckt. Ihr zu Ehren hat man das Element Polonium getauft.

a) Berechnen Sie die Zerfallskonstante. 3 Pt.
b) Berechnen Sie die noch vorhandene Masse m(t) nach 12 Tagen.
c) Berechnen Sie die tägliche Massenabnahme in %.

7. Ein Produzent stellt zwei Produkte Typ A und Typ B auf drei Automaten M1, M2 und M3 her. Typ A durchläuft alle drei Automaten. Typ B nur die Automaten M1 und M2.

In nebenstehender Tabelle ist angegeben, wie viel Minuten jeder Automat zur Herstellung eines Teils benötigt. Die Automaten M1 und M2 können täglich höchstens 360 Minuten, Automat M3 höchsten 300 Minuten eingesetzt werden.

| | Benötigte Zeit in Min./ Stück | | Tägliche Gesamtarbeitszeit in Minuten |
|---|---|---|---|
| | Typ A | Typ B | |
| M1 | 3 | 6 | 360 |
| M2 | 6 | 4 | 360 |
| M3 | 6 | 0 | 300 |

Der Gewinn je Stück beträgt für Typ A, 5.00 Euro, für Typ B = 6.00 Euro.

Wie viel Stück sind von jedem Typ täglich herzustellen, damit der Gesamtgewinn möglichst gross wird? Wie gross ist dieser Gewinn?

Stellen Sie die Lösungen grafisch dar. 4 Pt.

# Mathematik Teil 2 (Lösungen)

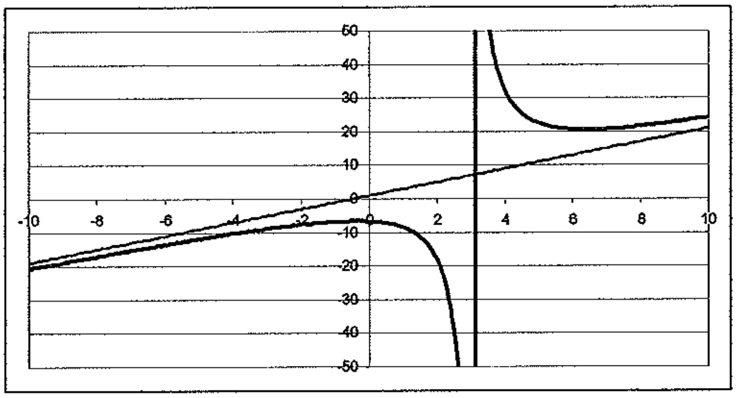
1. Bestimmen von der untenstehenden rationalen Funktion Polstellen und Asymptoten. Skizzieren Sie damit den Funktionsgraphen (ohne Wertetabelle und ohne Skalierung der y-Achse).

$$f(x)=\frac{2x^2-5x+20}{x-3}$$

$$(2x^2-5x+20):(x-3)=2x+1+\frac{23}{x-3}$$

Postelle: $x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow \underline{\underline{P(3/0)}}$ (1 Pt.)

Asymptoten: <u>Parallele zur y-Achse durch P(3/0) und y = 2x+1</u> (1 Pt.)




---

2. Aus einer Blechtafel von beliebiger Länge und einer Breite von 1.25 m soll durch Abkanten eine rechteckige Rinne in Form eines U so hergestellt werden, dass der nach oben offene Querschnitt eine möglichst grosse Fläche aufweist. Der Einfachheit halber sei angenommen, dass die Seitenränder senkrecht aufgebogen seien, d.h. Ausrundungen werden vernachlässigt. Berechnen Sie Höhe, Breite und Querschnittsfläche der Rinne.

2 Gleichungen: l = (Breite Kanal(x) + 2 · Seitenhöhe (y); Querschnittsfläche A=xy

$x+2y=1.25 \Rightarrow y=\frac{1.25-x}{2}$ (0.5 Pt.)

$A=xy$

$A=f(x)=x\cdot\frac{1.25-x}{2}$

(Gleichung einer nach unten offenen Parabel mit Maximum) (1.5 Pt.)

$y=-\frac{1}{2}x^2+0.625x$

$x_S=\frac{-b}{2a}=0.625m=x=\underline{\underline{62.5cm}} \Rightarrow y_S=c-\frac{b^2}{4a}=0.1953125\approx\underline{\underline{19.53dm^2}}$ (1 Pt.)

$y=\frac{1.25-0.625}{2}m=0.3125m=\underline{\underline{31.25cm}}$

---

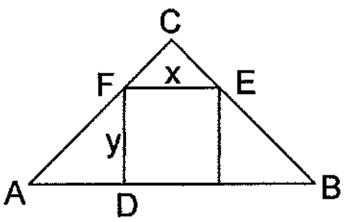
3. Bestimmen sie alle Lösungen x der folgenden goniometrischen Gleichung, die der Bedingung genügen $0° \leq x \leq 360°$:

tan x – sin 2x = 0

$$\frac{\sin x}{\cos x} - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 0$$
$$\sin x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos^2 x = 0$$
$$\sin x \cdot \left(1 - 2 \cdot \cos^2 x\right) = 0$$
$$\sin x = 0 \Rightarrow x_{1,2,3} = 0°, 180°, 360°$$
$$1 - 2 \cdot \cos^2 x = 0$$
$$\cos^2 x = 0.5 \qquad \text{(2 Pt.)}$$
$$\cos x = \left|\sqrt{0.5}\right|$$
$$\cos x = \sqrt{0.5} \Rightarrow x_{4,5} = 45°; (360° - 45°) = 315°$$
$$\cos x = -\sqrt{0.5} \Rightarrow x_{6,7} = 135°; 225°$$
$$\underline{\underline{L = \{0°, 45°, 135°, 180°, 225°, 315°, 360°\}}}$$

---

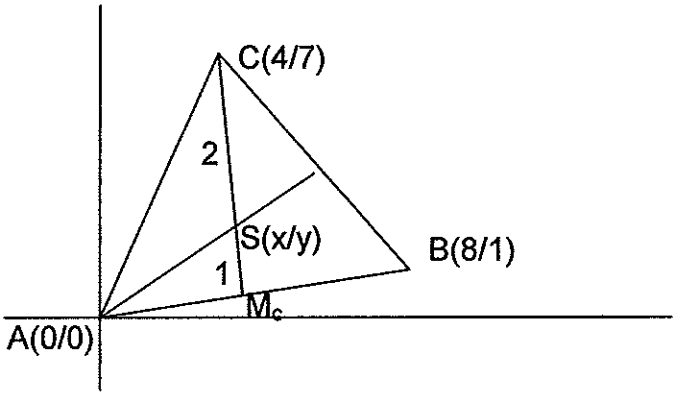
4. Im Dreieck ABC ist a = b = 41 cm., c = 18 cm. Der Umfang des einbeschriebenen Rechteckes soll 69 cm betragen. Bestimmen Sie Länge und Breite des einbeschriebenen Rechtecks.




$$2y + 2x = 69$$
$$A = \frac{1}{2} \cdot 18cm \cdot \sqrt{(41cm)^2 - (9cm)^2} = \underline{360cm^2} \rightarrow h = \underline{40cm}$$
$$A_{ABC} - xy = 2 \cdot A_{ADF} + A_{CFE}$$
$$360 - xy = 2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{18-2}{2}\right) \cdot y + \frac{1}{2}(x \cdot [40 - y])$$
$$360 = 20x + 9y \Rightarrow$$
$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 69 \\ 360 \end{vmatrix} \Rightarrow L = \{(4.5/30)\}$$

<u>x = 4.5 cm / y = 30 cm</u> (2 Pt.)

5. Gegeben sei ein Dreieck ABC mit dem Punkt A im Ursprung. Gegeben sind die Koordinaten von B(8/1) und C(4/7). Berechnen Sie:
   a) die Koordinaten des Schwerpunktes
   b) den Umfang des Dreiecks
   c) Den Winkel $\alpha$




a)

$$\overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{M_cC}$$

$$\overrightarrow{M_cC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}8\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\6.5\end{pmatrix}$$ (2 Pt.)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}8\\1\end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AS} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}8\\1\end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix}0\\6.5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\2.\bar{6}\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{S(4/2.\bar{6})}}$$

b) $\alpha$:

$$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AC} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{8 \cdot 4 + 1 \cdot 7}{\sqrt{64+1} \cdot \sqrt{16+49}} = \frac{39}{65} \Rightarrow ar\cos\alpha = \underline{\underline{53.13°}}$$ (1 Pt.)

---

6. Zu einem bestimmten Zeitpunkt t = 0 beträgt die Masse von Wismut 15g, was einer Zahl $n_0 = 4.3018 \cdot 10^{22}$ Atomen entspricht. Nach 12 Tagen sind noch $n(t) = 8.1778 \cdot 10^{21}$ vorhanden.

   a) Berechnen Sie die Zerfallskonstante.
   b) Berechnen Sie die noch vorhandene Masse m(t) nach 12 Tagen
   c) Berechnen Sie die tägliche Massenabnahme in %.

$$8.1778 \cdot 10^{21} = 4.3018 \cdot 10^{22} \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\frac{8.1778 \cdot 10^{21}}{4.3018 \cdot 10^{22}} = e^{-12\lambda}$$

a) $$\ln\left(\frac{8.1778 \cdot 10^{21}}{4.3018 \cdot 10^{22}}\right) = -12\lambda \cdot \ln e = -12\lambda$$ (1 Pt.)

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{8.1778 \cdot 10^{21}}{4.3018 \cdot 10^{22}}\right)}{-12} = \underline{\underline{0.13835}}$$

b) m(t=12):

$$\frac{15g}{4.3018\cdot 10^{22}}=\frac{x}{8.1778\cdot 10^{21}}$$
$$x=m(t=12)=\underline{\underline{2.85g}} \qquad \text{(1 Pt.)}$$

c)
$$2.85g=15g\cdot x^{12}\rightarrow x=(1-p)$$
$$x=\sqrt[12]{\frac{2.85}{15}}=0.87\Rightarrow p=1-x=0.13$$

Die tägliche Massenabnahme beträgt <u>13%.</u> (1 Pt.)

---

7. Ein Produzent stellt zwei Produkte Typ A und Typ B auf drei Automaten M1, M2 und M3 her. Typ A durchläuft alle drei Automaten. Typ B nur die Automaten M1 und M2.

In nebenstehender Tabelle ist angegeben, wie viel Minuten jeder Automat zur Herstellung eines Teils benötigt. Die Automaten M1 und M2 können täglich höchstens 360 Minuten, Automat M3 höchsten 300 Minuten eingesetzt werden.

| | Benötigte Zeit in Min./ Stück | | Tägliche Gesamtarbeitszeit in Minuten |
|---|---|---|---|
| | Typ A | Typ B | |
| M1 | 3 | 6 | 360 |
| M2 | 6 | 4 | 360 |
| M3 | 6 | 0 | 300 |

Der Gewinn je Stück beträgt für Typ A, 5.00 Euro, für Typ B, 6.00 Euro. Wie viel Stück sind von jedem Produkt täglich herzustellen, damit der Gesamtgewinn möglichst gross wird? Wie gross ist dieser Gewinn?

$$x\geq 0$$
$$y\geq 0$$

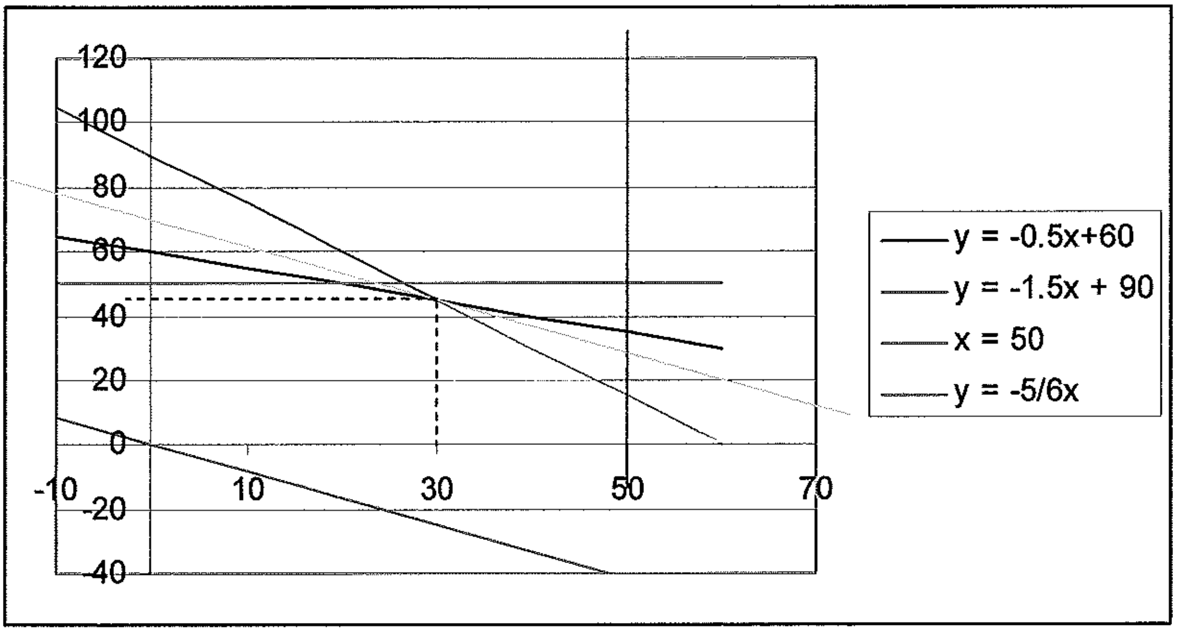
Es werden beide Produkte hergestellt (0.5 Pt.)

$$3x+6y\leq 360\Rightarrow y\leq -0.5x+60$$
$$6x+4y\leq 360\Rightarrow y\leq -1.5x+90$$
$$6x+0y\leq 300\Rightarrow x\leq 50$$

Anzahl produzierte Stücke/Tag (0.5 Pt.)

$$z=5x+6y\Rightarrow y=-\frac{5}{6}x+\frac{z}{6}$$

Zielfunktion: Täglicher Gewinn (0.5 Pt.)




(2 Pt.)

Es müssen <u>30 Stück von A und 45 Stück von B</u> produziert werden.

Gewinn: 30 x 5 €. + 45 x 6€. =150€. + 270€. = <u>420 €</u>.

oder: $z = 5x + 6y \Rightarrow y = -\frac{5}{6}x + \frac{z}{6}$ (0.5 Pt.)

$\frac{z}{6} = 70 \Rightarrow z = \underline{\underline{420 Euro.}}$