

Lösungen 2008 ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

(4Pt)

Eine Parabel hat den Scheitelpunkt $S(3/-2)$ und geht durch den Ursprung des Koordinatensystems.

a) Wie lautet die Funktionsgleichung der Parabel? **(2Pt)**

b) Die Parabel wird an der x-Achse gespiegelt.

-Machen Sie eine Skizze der Situation im vorgegebenen Diagramm und beschriften Sie diese vollständig. **(0.5Pt)**

-Wie lautet die Funktionsgleichung der gespiegelten Parabel? **(0.5Pt)**

c) Die ursprüngliche Parabel wird an der y-Achse gespiegelt.

-Machen Sie auch davon eine Skizze ins gleiche Diagramm und bestimmen Sie deren Funktionsgleichung. **(1Pt)**

a) $y = f(x) = ax^2 + bx + 0$ Geg: Punkte $S(3/-2)$, $P_1(0/0)$ und $P_2(6/0)$

$$-2 = 9a + 3b \rightarrow 4 = -18a - 6b$$

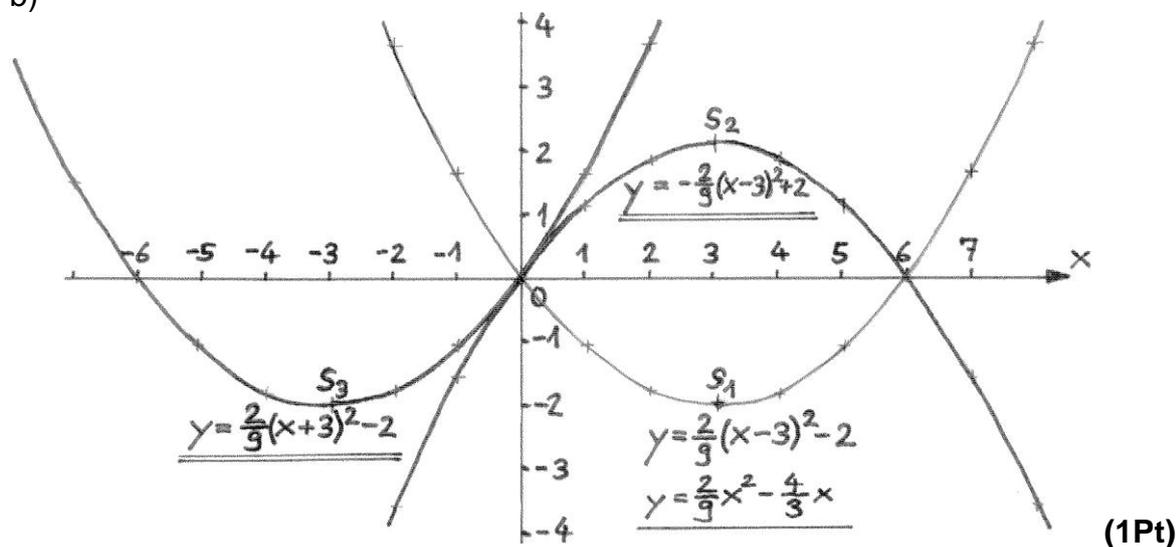
$$0 = 36a + 6b \rightarrow 4 = 18a \rightarrow a = \frac{2}{9}$$

$$-2 = 2 + 3b \rightarrow b = -\frac{4}{3}$$

$$y = f(x) = \frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x$$

(2Pt)

b)



(1Pt)

Scheitelform $y = f_2(x) = -\frac{2}{9}(x-3)^2 + 2$ oder

Polynomform $y = f_2(x) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{3}{4}x$ **(0.5Pt)**

c) Scheitelform $y = f_3(x) = \frac{2}{9}(x+3)^2 - 2$ oder

Polynomform $y = f_3(x) = \frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{3}x$ **(0.5Pt)**

Aufgabe 2**(3Pt)**

Ermitteln Sie die Lösungsmenge folgender Gleichung.

$$4^{x+2} + 2^{x+3} = 12 \cdot 2^x$$

1. Lösungsweg:

$$4^x \cdot 4^2 + 2^x \cdot 2^3 = 12 \cdot 2^x$$

(0.5Pt)

$$4^x \cdot 16 + 2^x \cdot 8 = 12 \cdot 2^x$$

$$16 \cdot 4^x - 4 \cdot 2^x = 0$$

(0.5Pt)

$$16 \cdot (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x = 0$$

Substitution: $2^x = p$

(0.5Pt)

$$16 p^2 - 4 p = 0$$

$$4p^2 - p = 0$$

$$p(4p-1) = 0$$

(0.5Pt)

1. $p_1 = 0 \rightarrow 2^x = 0$ existiert nicht

2. $4p_2 - 1 = 0 \quad p_2 = \frac{1}{4} \rightarrow 2^x = \frac{1}{4}$

$$2^x = \frac{1}{2^2} \rightarrow 2^x = 2^{-2} \rightarrow \underline{\underline{x = -2}}$$

(1Pt)

$$\underline{\underline{L = \{-2\}}}$$

2. Lösungsweg:

$$2^{2(x+2)} + 2^{x+3} = 12 \cdot 2^x$$

(0.5Pt)

$$2^{2(x+2)} + 2^3 \cdot 2^x = 12 \cdot 2^x$$

(0.5Pt)

$$2^{2(x+2)} + 8 \cdot 2^x = 12 \cdot 2^x$$

(0.5Pt)

$$2^{2(x+2)} = 2^2 \cdot 2^x$$

(0.5Pt)

$$2(x+2) = 2 + x$$

(0.5Pt)

$$\underline{\underline{x = -2}}$$

(0.5Pt)

Aufgabe 3

Kürzen Sie folgenden Bruch so weit wie möglich.

$$\frac{x^5 - ax^4 - a^4x + a^5}{x^4 - ax^3 - a^2x^2 + a^3x} =$$

$$\frac{(x-a) \cdot (x^4 - a^4)}{(x-a) \cdot (x^3 - a^2x)} =$$

$$\frac{(x^2 - a^2) \cdot (x^2 + a^2)}{x \cdot (x^2 - a^2)} =$$

$$\frac{x^2 + a^2}{x}$$

Aufgabe 4

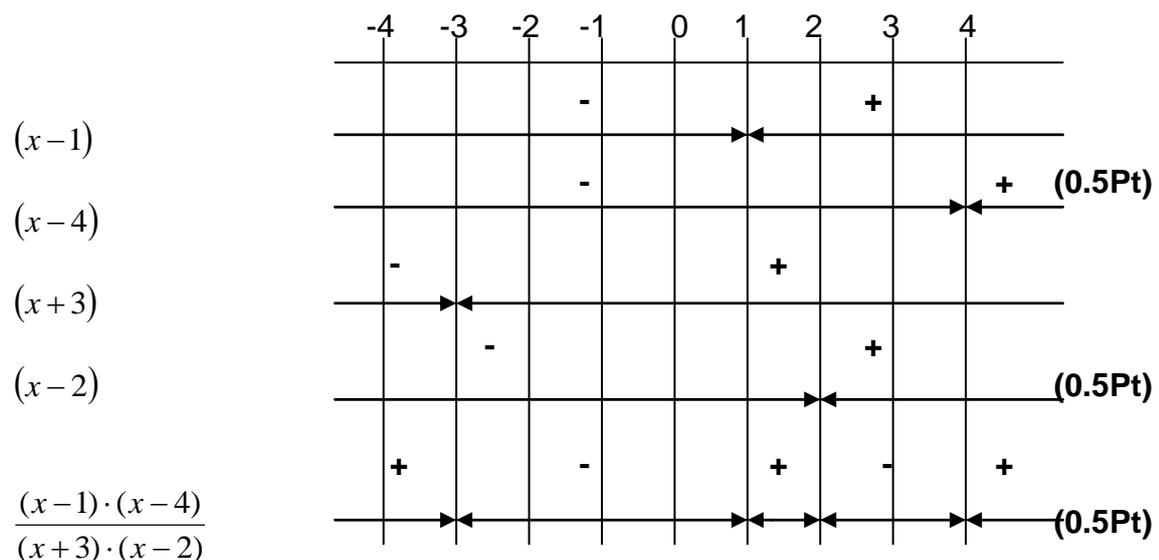
(2.5Pt)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung.

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{(x+3) \cdot (x-2)} > 0$$

Faktorisieren des Zählers: $\frac{(x-4) \cdot (x-1)}{(x+3) \cdot (x-2)} > 0$

Vorzeichenuntersuchung am Zahlenstrahl:

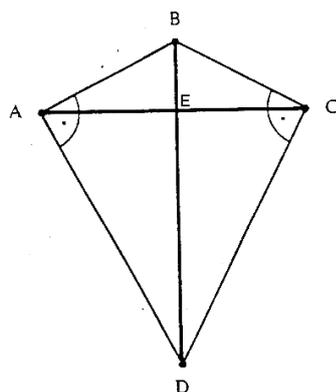


$L = \{x / (x < -3) \vee (1 < x < 2) \vee (x > 4)\}$ (0.5Pt)

Aufgabe 5**(3Pt)**

Die Dörfer A, B, C und D bilden die Ecken eines Drachenvierecks, das bei A und C rechtwinklig ist. Die gegenüberliegenden Dörfer A und C bzw. B und D sind durch gerade Strassen der Länge 3 km und 5 km verbunden. Die Strassen schneiden sich im Punkt E.

Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{DE} bzw. \overline{EB} .



$$\overline{EB} = x \quad \overline{DE} = 5 - x \quad \overline{EC} = \frac{3}{2} \text{ km}$$

Nach Höhensatz gilt:

$$x(5-x) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \quad (1\text{Pt})$$

$$5x - x^2 = \frac{9}{4} \quad x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{9}{4}}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2} \text{ km} = \underline{\underline{\overline{EB}}} \quad (1.5\text{Pt})$$

$$x_2 = \frac{5}{2} + 2 = 4\frac{1}{2} \text{ km}$$

$$\underline{\underline{\overline{DE}}} = 5 - x_1 = 5 \text{ km} - \frac{1}{2} \text{ km} = \underline{\underline{4\frac{1}{2} \text{ km}}} \quad (0.5\text{Pt})$$

Aufgabe 6

(2.5Pt)

Bestimmen Sie alle Winkel x mit $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, für welche die Gleichung

$$\tan^2(x) - 2\tan(x) = -1 \text{ gilt.}$$

Substitution:

$$\tan(x) = m$$

$$m^2 - 2m = -1$$

(0,5Pt)

$$m^2 - 2m + 1 = 0$$

$$m_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1-1}$$

(1Pt)

$$m_1 = m_2 = 1$$

$$\tan(x) = 1 \rightarrow \underline{\underline{x = 45^\circ \text{ oder}}}$$

(1Pt)

$$\underline{\underline{x = 45^\circ + 180^\circ = 225^\circ}}$$