Lösungen 2008 mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1 **(2Pt)**

Jemand hat einen bestimmten Geldbetrag b mit einem festen Zinssatz angelegt.
Nach zwei Jahren hat er 1531.20 Franken.
Nach insgesamt 10 Jahren hat er 2543.10 Franken auf dem Konto.
Bestimmen Sie das Anfangskapital und den vereinbarten Zinssatz.

1. Lösungsvariante:

$1531.2 \cdot q^8 = 2543.1$ **(0.5Pt)**

$q^8 = 1.6609$

$q = \sqrt[8]{1.6609} = 1.0655$

Vereinbarter Zinssatz <u>p=6.55%</u> **(0.5Pt)**

$K_0 = 1531.2 \cdot q^{-2}$ **(0.5Pt)**

$\underline{\underline{K_0}} = 1531.2Fr \cdot 1.0655^{-2} = \underline{\underline{1348.8Fr}}$ **(0.5Pt)**

2. Lösungsvariante:

$b \cdot q^2 = 1531.20$ **(0.5Pt)**

$b \cdot q^{10} = 2543.10$ **(0.5Pt)**

mit solver: q= 1.0655

Zinssatz: <u>p=6.55%</u> **(0.5Pt)**

Geldbetrag: <u>b=1348.8Fr</u> **(0.5Pt)**

Aufgabe 2 **(2Pt)**

Die Differenz der Radien R und r eines Kegelstumpfes mit der Seitenlinie s = 37cm ist 12 cm. Seine Oberfläche beträgt A=1500 π cm^2.
Berechnen Sie die Radien R und r.

$O = s \cdot \pi(R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2 = 1500 \cdot \pi$ **(0.5Pt)**

$R - r = 12$ **(0.5Pt)**

$$(s(r + 12 + r) + (r + 12)^2 + r^2) = 1500$$

$$s(2r + 12) + r^2 + 24r + 144 + r^2 = 1500$$

$$37(2r + 12) + 2r^2 + 24r + 144 = 1500$$

$$74r + 444 + 2r^2 + 24r + 144 = 1500$$

$$2r^2 + 98r - 912 = 0$$

$$r^2 + 49r - 456 = 0$$

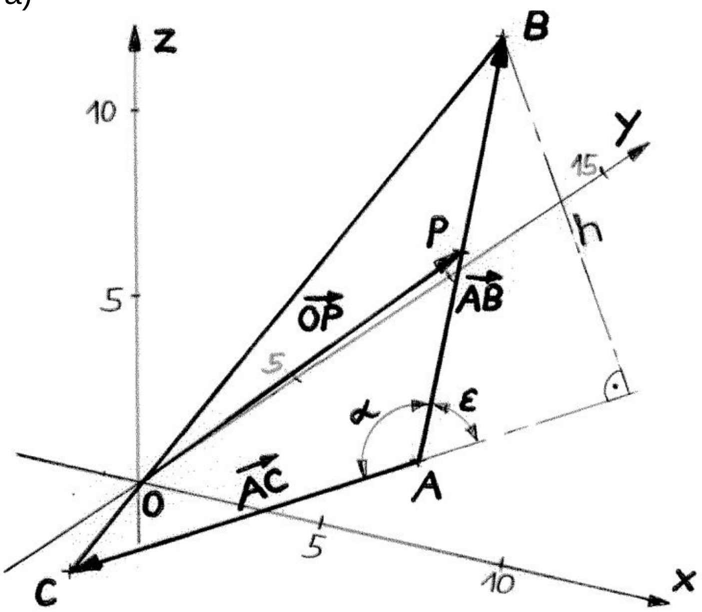
oder mit solver:

$\underline{\underline{r = 8cm}}$ **(0.5Pt)**

$\underline{\underline{R = 20cm}}$ **(0.5Pt)**

Aufgabe 3 **(4.5Pt)**

a)



(0.5Pt)

b) $\underline{\underline{\overrightarrow{AB}}} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}}}$ **(0.5Pt)**

$\underline{\underline{\overrightarrow{AC}}} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}}}$ **(0.5Pt)**

c) Lösung ohne Kreuzprodukt: Winkel α berechnen mittels Skalarprodukt Formel.

$\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|} = \dfrac{6 - 16 - 18}{9.899 \cdot 7.483} = -0.3779 \rightarrow \underline{\alpha = 112.208°}$ **(1Pt)**

$\underline{\varepsilon} = 180° - \alpha = \underline{67.792}°$

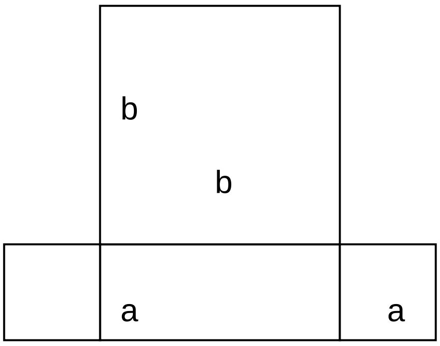
$\underline{h} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \sin\varepsilon = 9.8995 \cdot \sin 67.792° = \underline{9.1651}$ **(0.5Pt)**

$\underline{\underline{A}} = \dfrac{\left|\overrightarrow{AC}\right| \cdot h}{2} = \dfrac{7.4833 \cdot 9.1651}{2} = \underline{\underline{34.29 m^2}}$ **(0.5Pt)**

d) $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \dfrac{\overrightarrow{AB}}{2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \dfrac{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}}{2}$ $\underline{\underline{\overrightarrow{OP}}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.5 \\ 2 \\ 4.5 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 4.5 \\ 5 \\ 4.5 \end{pmatrix}}}$ **(1Pt)**

Aufgabe 4 **(3.5Pt)**

Über den beiden kürzeren Seiten eines Rechtecks mit dem Umfang 24 cm und über einer der längeren Seiten sind Quadrate nach aussen gerichtet. Wie lang muss das Rechteck sein, damit die Summe der drei Quadratflächen minimal ist?



$U = 2(a+b) = 24$

$a + b = 12$

$a = 12 - b$ **(0.5Pt)**

$A = 2a^2 + b^2$ **(0.5Pt)**

Funktionsgleichung erstellen: $A = f(b) = 2(12-b)^2 + b^2$ **(0.5Pt)**

$A = 2(144 - 24b + b^2) + b^2$

$A = 288 - 48b + 2b^2 + b^2$

$A = 3b^2 - 48b + 288$ **(0.5Pt)**

Ermittlung des Scheitelpunkts:

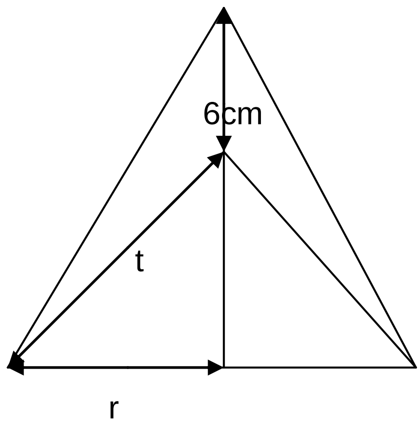
$S\left(\frac{-b}{2a} / \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$ **(0.5Pt)**

Scheitelpunkt=Minimum

$S(8/96) \rightarrow \underline{\underline{b = 8cm}} \rightarrow \underline{\underline{a = 4cm}}$ **(1Pt)**

Aufgabe 5

a)



$$\frac{r}{h+6} = \tan\frac{\beta}{2} \qquad \frac{r}{h} = \tan\frac{\alpha}{2}$$ **(1Pt)**

$$h = \frac{r}{\tan\frac{\alpha}{2}}$$ **(0.5Pt)**

$$\frac{h \cdot \tan\frac{\alpha}{2}}{h+6} = \tan\frac{\beta}{2}$$

h eingesetzt: $$\frac{\frac{r}{\tan\frac{\alpha}{2}} \cdot \tan\frac{\alpha}{2}}{\frac{r}{\tan\frac{\alpha}{2}} + 6} = \tan\frac{\beta}{2}$$ **(0.5Pt)**

nach r umgeformt: $$\underline{\underline{r = \frac{6 \cdot \tan\frac{\beta}{2} \cdot \tan\frac{\alpha}{2}}{\tan\frac{\alpha}{2} - \tan\frac{\beta}{2}}}}$$ **(1Pt)**

b) h=6 $$\frac{t}{6} = \frac{\sin\gamma}{\sin\varepsilon} \quad \rightarrow \quad t = 6 \cdot \frac{\sin 26°}{\sin 14°} \quad = 10.872$$

$$h1 = t \cdot \sin 50° = 8.329 \quad \rightarrow h2 = h1 + 6 = 14.329$$

$$r = t \cdot \cos 50° = 6.989$$

$$\underline{\underline{V}} = \frac{r^2 \cdot \pi}{3} \cdot (h2 - h1) = \underline{\underline{306.9 cm^3}}$$ **(2Pt)**

Aufgabe 6 **(4Pt)**

Anne, Benny und Cyrill spielen mit Kugeln. Zu Beginn des Spieles haben die Spieler unterschiedlich viele Kugeln. In der ersten Runde verliert Anne und muss den beiden andern Spielern je einen Viertel ihrer Kugeln geben. Die zweite Runde verliert Cyrill und muss (wie die Verliererin der ersten Runde auch) Anne und Benny je einen Viertel seiner momentanen Kugeln geben.
Nun besitzt Anne 55 Kugeln, Benny 95 Kugeln und Cyrill 30 Kugeln.
Wie viele Kugeln hatten Anne, Benny und Cyrill zu Beginn des Spiels?

	Anne	Benny	Cyrill	
vor Spielbeginn	x	y	z	
nach der 1. Runde	x – 1/4x – 1/4x = 1/2x	y + 1/4x	z + 1/4x	**(1Pt)**
nach der 2. Runde	1/2x + 1/4 • (z + 1/4x) = 9/16x + 1/4z	y + 1/4x + 1/4 • (z + 1/4x) = y + 5/16x + 1/4z	z + 1/4x – 1/2(z + 1/4x) = 1/8x + 1/2z	**(1Pt)**

Anne	9/16x + 1/4z = 55	9x		+ 4z = 880
Benny	5/16x + y + 1/4z = 95	5x	+ 16y	+ 4z = 1520
Cyrill	1/8x + 1/2z = 30	x		+ 4z = 240

(2Pt)

Lösung mit rref x = 80 y = 60 z = 40

Zu Beginn des Spieles besitzen Anne 80 Kugeln, Benny 60 Kugeln und Cyrill 40 Kugeln

Aufgabe 7 **(6.5Pt)**

a) $806 = \frac{1}{2}(44.1)^2 - 4 \cdot 44.1 + 10$

$806 \neq 806.005 \rightarrow$ Der Punkt C liegt nicht auf der Parabel! **(0.5Pt)**

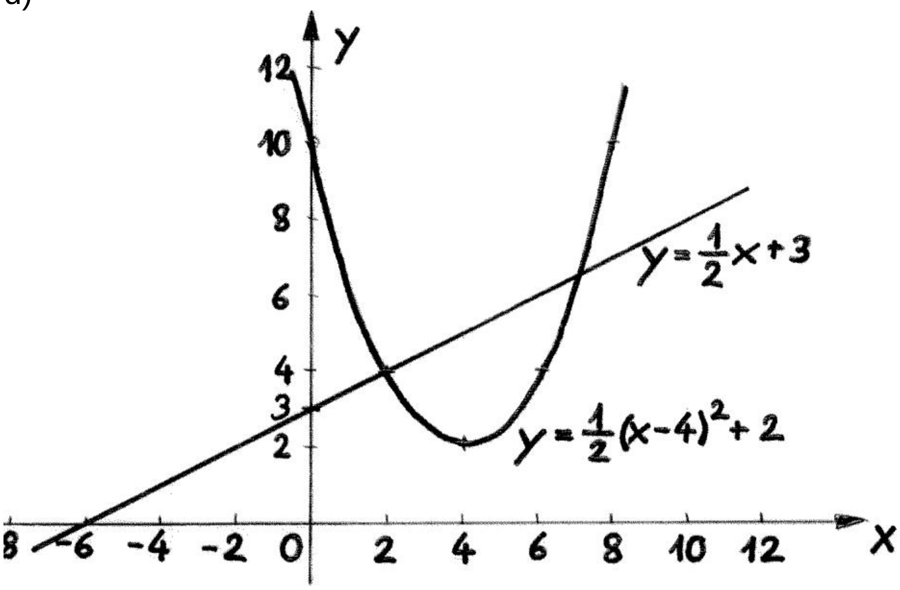
b) $y = \frac{1}{2}\left[x^2 - 8x + 20\right]$ $\rightarrow y = \frac{1}{2}\left[(x-4)^2 - 16 + 20\right]$

$y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 2$

Koordinaten des Scheitelpunkts: S(4/2) **(1Pt)**

c) x-Achsen Schnittpunkte: Keine
y-Achsen Schnittpunkt: S(0/10) **(1Pt)**

d)



(1Pt)

e) Gleichungen gleichgesetzt:

$\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10$

$x_1 = 2$

$x_2 = 7$

$P_1(2/4)$

$P_2(7/6.5)$ **(1.5Pt)**

f) $\frac{1}{2}x + u = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 10 \rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 4\frac{1}{2}x + 10 - u = 0$

Diskriminante=0

$\left(-4\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (10 - u) = 0$

$\underline{u = -\frac{1}{8}}$

$\underline{\underline{y = f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}}}$