Mathematik Teil 1

Bestimmungen:

- Prüfungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: keine
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe eindeutig ersichtlich sein. Skizzen und Berechnungen (Berechnungsterme, algebraische Ausdrücke) gehören auf das abzugebende Blatt.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse sind deutlich durchzustreichen.
- Für die Note 6 sind 20 Punkte von 26 Punkten notwendig.

---

1. Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Terme und die Lösungsmengen für x

a) $\dfrac{1}{x-3} < \dfrac{4}{x+2}$ 2 Pt.

b) $x^2 - 4x - 5 > 0$ 1 Pt.

2. Bestimmen Sie von der rationalen Funktion den Schnittpunkt ihrer Asymptoten: 2 Pt.

$$y = \frac{3x^2 - 11x + 10}{x - 4}$$

3. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\dfrac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{(a+b)^{-1}}}{(a^2-b^2)^{\frac{-1}{2}}}\cdot\sqrt{(a-b)^{-1}}\cdot\dfrac{2^2\cdot 2^{-5}}{2^{-4}}$ 1 Pt.

b) $\ln\left(\dfrac{e}{\sqrt[3]{e}}\right)$ 1 Pt.

4. Stellen Sie $\vec{d}$ als Linearkombination von $\vec{a},\vec{b}$ und $\vec{c}$ dar. 3 Pt.

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -8.5 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

5. Bestimmen Sie y so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zu einander stehen. 1 Pt.
$\vec{m} = \begin{pmatrix} -5 \\ y \end{pmatrix}$; $\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

6. Gegeben sei die Parabel p: $y = -x^2 + \lambda x - 18$
   a) Für welche Parameter λ besitzt die Parabel keine Schnittpunkte mit der x-Achse? 2 Pt.

   b) Setzen Sie für λ den Wert -3 ein und bestimmen Sie den Scheitelpunkt S. 1 Pt.

7. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf:

   a) $$\frac{\lg\left(\frac{(3+x)\cdot x}{3x-4}\right)}{\lg\left(\frac{x+3}{x+1}\right) + \lg\left(\frac{(x+1)\cdot(3x-4)}{x}\right)} = 1$$ 3 Pt.

   b) $e^{2x} = 2 + e^{x}$ 2 Pt.

8. Der Tidenhub zwischen Höchststand bei Flut und Tiefststand bei Ebbe beträgt bei den Gezeiten an kanadischen Küsten bis zu 6m. Der Verlauf des Wasserstandes verläuft in etwa sinusförmig mit einer Periode von gerundet 12 Stunden.
   a) Beschreiben Sie den Verlauf des Wasserspiegels durch eine Sinusfunktion H = f(t). H ($-3m \le H \le 3m$) bedeutet die Abweichung vom mittleren Wasserstand; t ist die Zeit in Stunden. (1 Pt.)

   b) Berechnen Sie den Wasserstand 1 Stunde nach dem Höchststand (Wurzeln können stehen gelassen werden). (2 Pt.)

9. Nach einem Besuch im Kernkraftwerk Beznau 2 ist eine Bootsfahrt mit Pontos auf dem Rhein von Rheinfelden nach Stein geplant. Der Rhein hat zwischen den beiden Ortschaften eine Länge von 16 km. Die Bootsfahrt flussaufwärts dauert für die Pontoniere doppelt so lange wie diejenige flussabwärts. Die Geschwindigkeit der Pontos gegenüber dem Wasser beträgt 6m/s.
   a) Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Rheines. (3 Pt.)

   b) Berechnen Sie die Fahrzeit der Pontoniere flussaufwärts in Minuten. (1 Pt.)

Mathematik Teil 1 (Lösungen)

1. Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Terme und die Lösungsmengen für x — 2 Pt.

a)

$$\frac{1}{x-3} < \frac{4}{x+2} \Rightarrow \underline{\underline{D = R/\{-2;3\}}}$$

$$0 < \frac{4}{x+2} - \frac{1}{x-3} = \frac{4x-12-x-2}{HN} = \frac{3x-14}{HN}$$

$$Z: 3x-14 = 0 \Rightarrow x = 4\underline{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{x \middle| -2 < x < 3 \vee x > 4\frac{2}{3}\right\}}}$$

Bereich	$-\infty$		-2		3		$4\frac{2}{3}$		$+\infty$
Z:		-		-		-	**0**	+	
x − 3 :		-		-	**0**	+		+	
x + 2 :		-	**0**	+		+		+	
Z/N :		-		+		-		+	

---

b) $x^2 - 4x - 5 > 0$ — 1 Pt.

$$D = \Re$$

$$(x+1)(x-5) = 0 \Rightarrow NS: \underline{x_1 = -1; x_2 = 5}$$

$$\text{Scheitelform}: x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$$

$$(x-2)^2 - 9 = 0 \Rightarrow S(2;-9) \Rightarrow \text{nach oben offene Parabel.}$$

$$\underline{\underline{L = \{x | x < -1 \vee x > 5\}}}$$

---

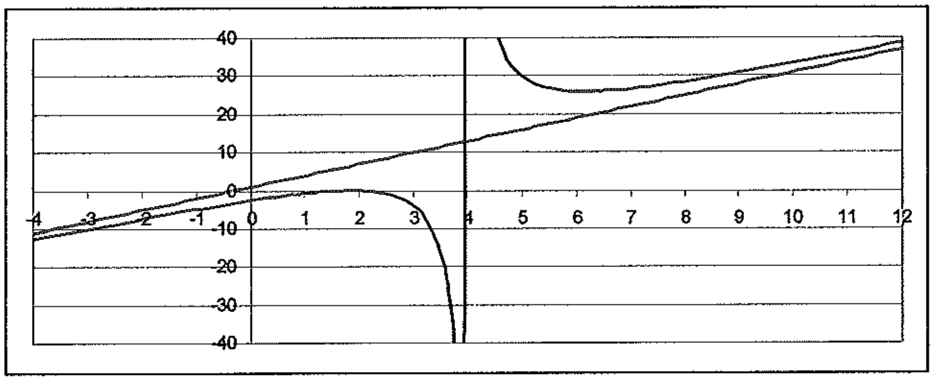
2. Bestimmen Sie von der rationalen Funktion den Schnittpunkt ihrer Asymptoten: — 2 Pt.

$$y = \frac{3x^2 - 11x + 10}{x-4}$$

$$y = (3x^2 - 11x + 10) : (x-4) = \underline{3x + 1 + \frac{14}{x-4}} \Rightarrow$$

Polstelle für $x = 4$ (1. Asymptote) und $y = 3x + 1$ (2. Asymptote)

$$\Rightarrow \textit{für } x = 4: y = 3 \cdot 4 + 1 = 13 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } \underline{\underline{S(4/13)}}$$



3. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

a) $\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{(a+b)^{-1}}}{(a^2-b^2)^{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{(a-b)^{-1}}\cdot\frac{2^2\cdot 2^{-5}}{2^{-4}}$ 1 Pt.

$$\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{(a^2-b^2)^{-1}}}{\sqrt{(a^2-b^2)^{-1}}}\cdot 2^{2-5-(-4)} = \underline{\underline{2\sqrt{a}}}$$

b) $\ln\left(\frac{e}{\sqrt[3]{e}}\right) = \ln(e) - \frac{1}{3}\cdot\ln(e) = 1 - \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$ 1 Pt.

---

4. Stellen Sie $\vec{d}$ als Linearkombination von $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ dar. 3 Pt.

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -8.5 \end{pmatrix} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

2	-2	0	7	3I-2II
3	0	2	8	
0	3	-4	-8.5	
0	-6	-4	5	
3	0	2	8	
0	3	-4	-8.5	I+2III
0	-6	-4	5	
3	0	2	8	6II+III
0	0	-12	-12	**→z=1**
0	-6	-4	5	3I-III
18	0	0	36	**→x=2**
0	0	-12	-12	
0	-18	0	27	**→x=-1.5**
18	0	0	36	
0	0	-12	-12	

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{d} = 2\vec{a} - 1.5\vec{b} + \vec{c}}}$$

---

5. Bestimmen Sie y so, dass die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal zu einander stehen. 1 Pt.

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} -5 \\ y \end{pmatrix};\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{x}\perp\vec{y} \Rightarrow \vec{x}\circ\vec{y} = 0 \rightarrow -5\cdot 4 + (-2)\cdot y = 0 \Rightarrow \underline{\underline{y = -10}}$$

---

6. Gegeben sei die Parabel p: $y = -x^2 + \lambda x - 18$

a) Für welche Parameter λ besitzt die Parabel keine Schnittpunkte mit der x-Achse?
b) Setzen Sie für λ den Wert -3 ein und bestimmen Sie den Scheitelpunkt S.

$$\text{Normalform}: x^2 - \lambda x + 18 = 0 \Rightarrow D = \frac{\lambda^2}{4} - 18$$

a) $\text{"Keine Schnittpunkte mit x - Achse"} \rightarrow \frac{\lambda^2}{4} - 18 < 0$ 2 Pt.

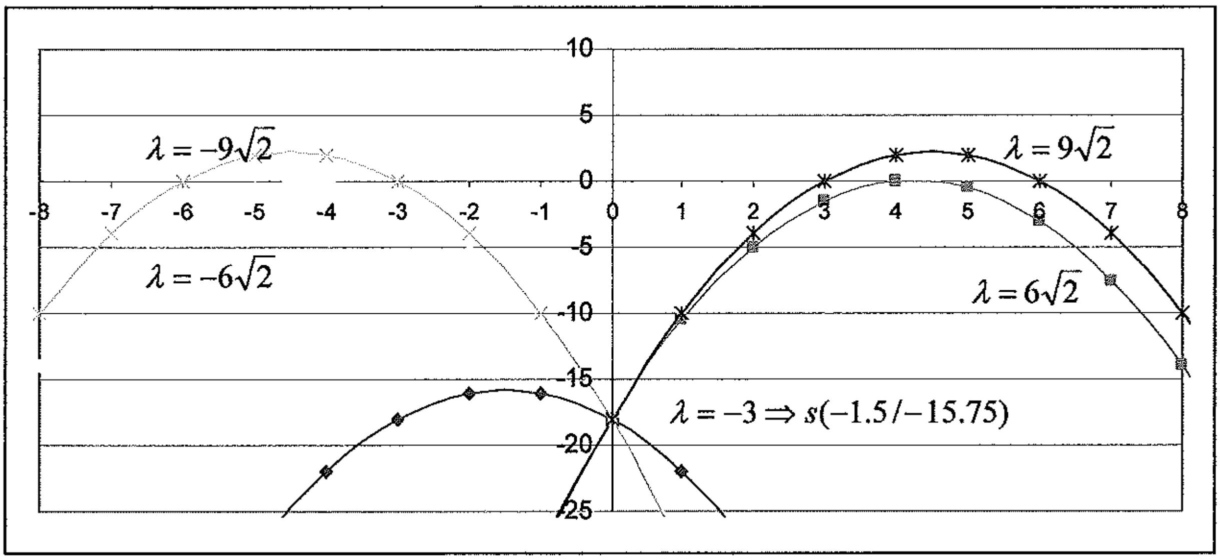
$$|\lambda| = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\lambda: \underline{\underline{-6\sqrt{2} < \lambda < 6\sqrt{2}}}$$

---

b)
$$-x^2-3x-18=0$$
$$-1(x^2+3x)-18=0$$
$$-1\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{9}{4}-18=0$$
$$-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-15.75=0 \Rightarrow S\left(-\frac{3}{2}/-15.75\right)$$

1 Pt.



---

7. Lösen Sie die Gleichungen nach x auf: 3 Pt. + 2 Pt.

a)
$$\frac{\lg\left(\frac{(3+x)\cdot x}{3x-4}\right)}{\lg\left(\frac{x+3}{x+1}\right)+\lg\left(\frac{(x+1)\cdot(3x-4)}{x}\right)}=1$$
$$\lg\left(\frac{(3+x)\cdot x}{3x-4}\right)=\lg\left(\frac{x+3}{x+1}\right)+\lg\left(\frac{(x+1)\cdot(3x-4)}{x}\right)$$
$$\lg(3+x)+\lg(x)-\lg(3x-4)=\lg(x+3)-\lg(x+1)+\lg(x+1)+\lg(3x-4)-\lg(x)$$
$$2\cdot\lg(x)-2\cdot\lg(3x-4)=0$$
$$\lg(x)-\lg(3x-4=0$$
$$\lg\left(\frac{x}{3x-4}\right)=0 \Rightarrow \frac{x}{3x-4}=1 \rightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

b)
$$e^{2x}=2+e^x$$
$$y=e^x \rightarrow$$
$$y^2=2+y$$
$$y^2-y-2=0$$
$$y_{1,2}=-1/2$$
$$2=e^x$$
$$x_1=\ln(2)=\underline{\underline{0.693}}$$

---

8. Der Tidenhub zwischen Höchststand bei Flut und Tiefststand bei Ebbe beträgt bei den Gezeiten an kanadischen Küsten bis zu 6m. Der Verlauf des Wasserstandes verläuft in etwa sinusförmig mit einer Periode von gerundet 12 Stunden.
   a. Beschreiben Sie den Verlauf des Wasserspiegels durch eine Sinusfunktion H = f(t). H ($-3m \le H \le 3m$) bedeutet die Abweichung vom mittleren Wasserstand; t ist die Zeit in Stunden;
   b. Berechnen Sie den Wasserstand 1 Stunde nach dem Höchststand. Wurzeln können stehen gelassen werden.

a) $y=H(t)=3m\cdot\sin\left(\frac{360°}{12h}\cdot t\right)=3m\cdot\sin\left(30°h^{-1}\cdot t\right)$ 1 Pt.

b) Höchststand nach 12/4 h: 3 Stunden $\Rightarrow$ t = 4h 2 Pt.

$$H=3m\cdot(\sin 30°/h\cdot 4h)=3m\cdot\sin(120°)=3m\cdot\sin(180°-120°)=3m\cdot\sin(60°)$$
$$\sin(60°)=\frac{\sqrt{3}}{2}\rightarrow \underline{\underline{H=\frac{3}{2}\sqrt{3}m}}$$

9. Nach einem Besuch im Kernkraftwerk Beznau 2 ist eine Bootsfahrt mit Pontos auf dem Rhein von Rheinfelden nach Stein geplant. Der Rhein hat zwischen den beiden Ortschaften eine Länge von 16 km. Die Bootsfahrt flussaufwärts dauert für die Pontoniere doppelt so lange wie diejenige flussabwärts. Die Geschwindigkeit der Pontos gegenüber dem Wasser beträgt 6m/s.
   a) Berechnen Sie die Strömungsgeschwindigkeit des Rheines.
   b) Berechnen Sie die Fahrzeit der Pontoniere flussaufwärts in Minuten.

a) Ansatz: Gleichung mit zwei Unbekannten.
x: Geschwindigkeit der Strömung
y: Fahrzeit flussabwärts → 2y: Fahrzeit flussaufwärts

$$(x+6)\cdot y = 16'000 \quad \text{(Strecke flussabwärts)}$$
$$(6-x)\cdot 2y = 16'000 \quad \text{(Strecke flussaufwärts)}$$
$$\text{I}: x = \frac{16'000-6y}{y} \rightarrow \text{in II substituieren}$$
$$\text{II}: \left(6-\frac{16'000-6y}{y}\right)\cdot 2y = 16'000$$
$$12y - (32'000-12y) = 16'000$$
$$24y = 48'000$$
$$y = 2'000 \rightarrow$$
$$(x+6)\cdot 2'000 = 16'000$$
$$x = \frac{16000-12'000}{2'000} = 2$$

Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt <u>2 m/s</u>; 3 Pt.

1 Pt.

b) Die Fahrzeit flussaufwärts 2y = 2 · 2'000s = <u>66 2/3 Minuten.</u>

Mathematik Teil 2

Bestimmungen:

- Prüfungszeit: 120 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Formelblatt, Taschenrechner HP48 G
- Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe eindeutig ersichtlich sein. Skizzen und Berechnungen (Berechnungsterme, algebraische Ausdrücke) gehören auf das abzugebende Blatt.
- Falsche Lösungsansätze und ungültige Ergebnisse sind deutlich durchzustreichen.
- Für die Note 6 sind 22 Punkte von 26 Punkten notwendig.

---

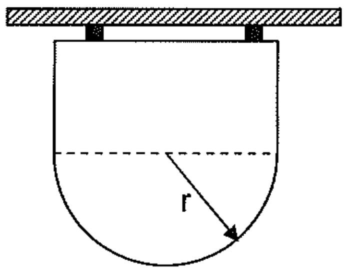
1. Zwei Geraden schneiden sich im Punkt S. Von der einen Geraden kennt man die allgemeine Funktionsgleichung:

$$h: \quad \frac{11y + x}{10} = 1 + y$$

Die zweite Gerade g geht durch den Ursprung mit der Steigung a = 1.

a) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S. (1 Pt.)
b) Weisen sie mit Hilfe zweier zu den Geraden kollinearen Vektoren und dem Skalarprodukt nach, dass sich die beiden Geraden in einem rechten Winkel schneiden. (2 Pt.)

2. Ein Lüftungskanal aus Blech soll wie abgebildet an der Decke montiert werden. Die Blechstreifen, aus denen die Profile geformt werden sollen haben eine Breite von 1,5 m (Umfangslinie des Profils).



a) Bestimmen Sie den Radius r für den Halbbogen so, dass die Querschnittsfläche (Rechteck + Halbkreis) des Profils maximal wird. (2Pt.)
b) Bestimmen Sie diese maximale Fläche in dm^2. In welchem Verhältnis steht dann die kurze Seite des Rechteckes zum Radius r? (2 Pt.)

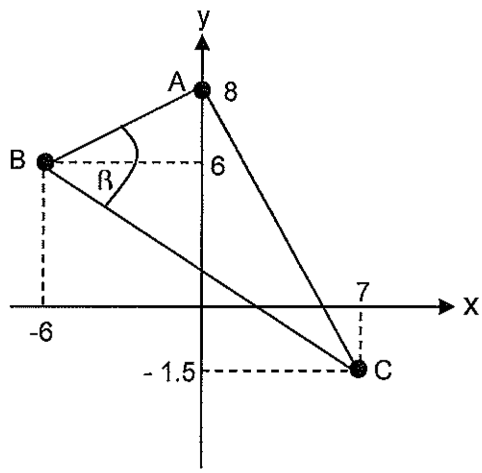
3. Bevor der Sturm „Lothar" 1999 grosse Schäden anrichtete, betrug der Holzbestand eines Waldstückes 50'000m^3. Bis zu „Lothar" hatte der jährliche Zuwachs 2.4 % ausgemacht. Durch „Lothar" wurde der Bestand auf 45'000m^3 reduziert und die jährliche Wachstumsrate sank danach auf 1.9%.

a) In welchem Jahr war der Waldbestand halb so gross wie 1999, bevor „Lothar" den Bestand reduzierte? (1.5 Pt.)
b) Nach wie vielen Jahren und Monaten nach Lothar war der Bestand wieder auf 50'000 m^3 angewachsen? (1.5 Pt.)

4. Eine zylindrische Blechbüchse der Firma Hero in Lenzburg soll genau 1 Liter Inhalt aufweisen. Welche Höhe h muss eine solche aufweisen, damit der Blechverbrauch A der Verpackungsmaschine pro Büchse möglichst klein wird. Die Aufgabe soll in folgenden Schritten gelöst werden:

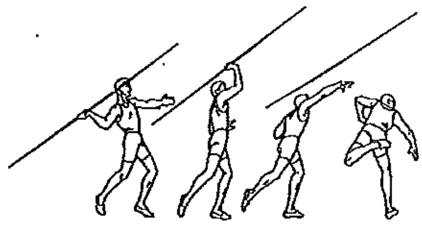
   a) Stellen Sie eine Funktion A = f(h) allgemein mit den Parametern r (Radius des Zylinders) und V (Büchsenvolumen) dar. (2 Pt.)
   b) Erzeugen Sie den Graphen der Funktion mit Hilfe des TR HP 48 G für $0 < r < 10$ cm und $0 < A < 2'000$ cm^3 und bestimmen Sie so den Radius r für die minimale Oberfläche auf mm genau. (2 Pt.)
   c) Berechnen Sie die Höhe h mit Hilfe des Resultates von b. (1 Pt.)

5. Drei Punkte sind gemäss Skizze gegeben:



   a) Berechnen Sie den Umfang der Dreieckes ABC. (2 Pt.)
   b) Berechnen sie den Winkel β. (1 Pt.)
   c) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks. Massstab: Ex = Ey = 1E. (2 Pt.)

6. Ein Speerwerfer lässt seinen Speer im Punkt P (5.0m / 2.0m) los. Der Speer erreicht auf der parabelförmigen Flugbahn seine maximale Höhe im Punkt Q (45m / 20m).



   a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Flugparabel. Verwenden Sie das in der Aufgabenstellung verwendete Koordinatensystem. (2 Pt.)
   b) Berechnen Sie die Wurfweite auf 1 dm genau. (2 Pt.)

7. Bestimmen Sie alle Lösungen für x in der Grundmenge $0° \leq x < 360°$:
$\tan(x) + 3 \cdot \sin(x) = 0$. (3 Pt.)

Mathematik Teil 2 (Lösungen)

1. Zwei Geraden schneiden sich im Punkt S. Von der einen Geraden kennt man die allgemeine Funktionsgleichung:

$$h: \quad \frac{11y+x}{10} = 1+y$$

Die zweite Gerade g geht durch den Ursprung mit der Steigung a = 1.

a) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S.
b) Weisen sie mit Hilfe zweier zu den Geraden kollinearen Vektoren und dem Skalarprodukt nach, dass sich die beiden Geraden in einem rechten Winkel schneiden.

a)
$$h: \frac{11y+x}{10} = 1+y \leftrightarrow 11y+x = 10+10y$$
$$\underline{\underline{y=-x+10}} \rightarrow 1.\mathit{Geradenfunktion}$$
$$g: \mathit{Steigung} = 1 \Rightarrow 45°$$
$$\underline{\underline{y=x}} \rightarrow 2.\mathit{Geradenfunktion}$$
$$\mathit{Schnittpunkt}: x=-x+10 \rightarrow x=5 \wedge y=5$$

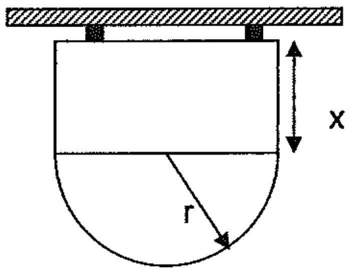
<u>Schnittpunkt S(5/5)</u> — 1 Pt.

b) Beispiel:
$$A(0/10);B(2/8) \rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix} \wedge C(0/0);D(2/2) \rightarrow \vec{c} = \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$
$$\vec{a}\cdot\vec{c} = -2\cdot 2+2\cdot 2 = 0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{c}$$

2 Pt.

---

2. Ein Lüftungskanal aus Blech soll wie abgebildet an der Decke montiert werden. Die Blechstreifen, aus denen die Profile geformt werden sollen hat eine Breite von 1,5 m (Umfangslinie des Profils).
a) Bestimmen Sie den Radius r für den Halbbogen so, dass die Querschnittsfläche des Profils (Rechteck + Halbkreis) maximal wird.
b) Bestimmen Sie diese maximale Fläche in dm^2. In welchem Verhältnis steht dann die kurze Rechteckseite zum Radius r?



$$U = 2x+2r+r\pi \rightarrow x = \frac{U-(r\pi+2r)}{2} \quad (\mathrm{I})$$
$$A = \frac{r^2\pi}{2} + 2rx \quad (\mathrm{II})$$

a) x aus I in II substituieren:
$$A = \frac{r^2\pi}{2} + 2r\cdot\frac{U-(r\pi+2r)}{2} = \frac{r^2\pi}{2} + r(U-r\pi-2r)$$
$$= \frac{r^2\pi}{2} + rU - r^2\pi - 2r^2$$
Allg. Form:
$$\left(\frac{\pi}{2}-\pi-2\right)\cdot r^2 + rU = \underline{\left(-\frac{\pi}{2}-2\right)\cdot r^2 + U\cdot r = A(r)}$$

Nach unten geöffnete Parabel mit Maximum!

$A(t) = -3.57 \cdot r^2 + 1.5 \cdot r \rightarrow TR: (r_1 \approx 0.42; r_2 = 0) \Rightarrow \underline{x_s = 0.21}$

$x = \dfrac{1.5m - (0.21m \cdot \pi + 0.42m)}{2} = 0.21m$ $\underline{r = 0{,}21\ m}$ 2 Pt.

b) $A = \dfrac{(0.21m)^2 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot 0.21m \cdot 0.21m \approx 0.1575m^2 = \underline{\underline{15.75dm^2}}$ oder: 1 Pt.

$A(t) = -3.57 \cdot 0.21^2 + 1.5 \cdot 0.21 = 0.1575$

x : r = 1 : 1 = 1 (x und r weisen die gleiche Länge (0.21m) auf!) 1 Pt.

---

3. Bevor der Sturm „Lothar" 1999 grosse Schäden anrichtete, betrug der Holzbestand eines Waldstückes $50'000m^3$. Bis zu „Lothar" hatte der jährliche Zuwachs 2.4 % ausgemacht. Durch „Lothar" wurde der Bestand auf $45'000m^3$ reduziert und die jährliche Wachstumsrate sank danach auf 1.9%.
a) In welchem Jahr war der Waldbestand halb so gross wie 1999, bevor „Lothar" den Bestand reduzierte?
b) Nach wie vielen Jahren und Monaten nach Lothar war der Bestand wieder auf 50'000 m^3 angewachsen?

$A(t) = A_0 \cdot a^t \rightarrow$

a) $50E = 25E \cdot 1.024^t \quad |\ln$ Im $\underline{\text{Jahr 1969}}$ (1999 – 30 Jahre) 1.5 Pt.

$\ln(2) = t \cdot \ln(1.024)$

$t \approx 29.22$

$50E = 45E \cdot 1.019^t$

b) $t = \dfrac{\ln\left(\dfrac{10}{9}\right)}{\ln(1.019)} \approx 5.6$ Nach ungefähr <u>5 Jahren und 7 Monaten.</u> 1.5 Pt.

---

4. Eine zylindrische Blechbüchse der Firma Hero in Lenzburg soll genau einen Inhalt von 1 Liter aufweisen. Welche Höhe h muss eine solche aufweisen, damit der Blechverbrauch A der Verpackungsmaschine pro Büchse möglichst klein wird. Die Aufgabe soll in folgenden Schritten gelöst werden:
a) Stellen Sie eine Funktion für die Oberfläche A = f(h) allgemein mit den Parametern r (Radius des Zylinders) und V (Büchsenvolumen) dar.
b) Erzeugen Sie den Graphen der Funktion mit Hilfe des TR HP 48 G für 0 < r < 10 cm und 0 < A < 2'000 cm^3 und bestimmen Sie so den Radius r für die minimale Oberfläche auf mm genau.
c) Berechnen Sie die Höhe h mit Hilfe des Resultates von b.

a)

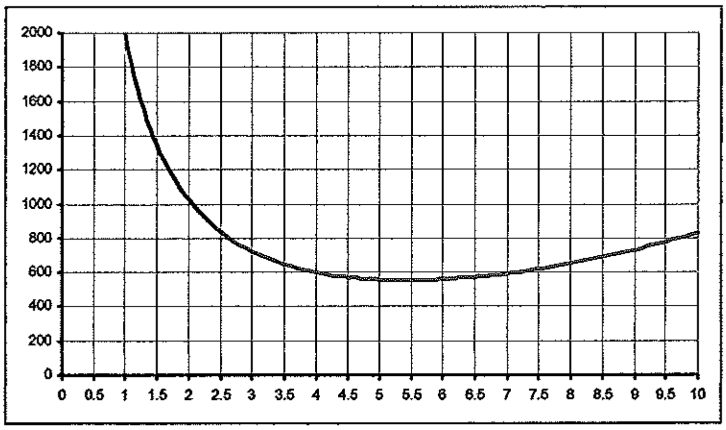
$V = 1'000cm^3 = r^2 \cdot \pi \cdot h \wedge A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2r\pi \cdot h$

$\rightarrow h = \dfrac{V}{r^2 \cdot \pi} \rightarrow$ h in zweiter Gleichung substituieren:

$A(r) = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2r\pi \cdot \dfrac{V}{r^2 \cdot \pi} = \underline{\underline{2 \cdot r^2 \cdot \pi + \dfrac{2V}{r}}}$

(2 Pt.)

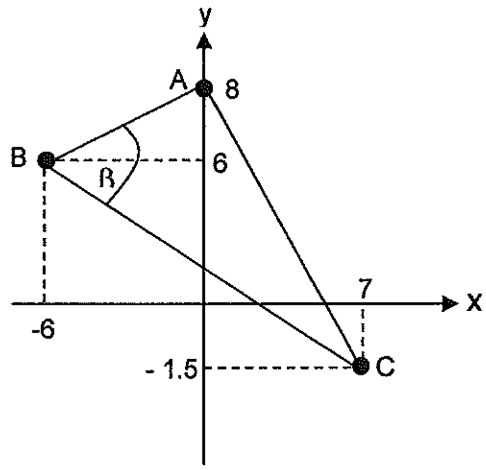
b) TR: Minimum bei <u>r = 5.4 cm</u> (2 Pt.)



c) $h = \frac{1'000cm^3}{(5.4cm)^2 \cdot \pi} = 10.91\text{cm} \approx \underline{\underline{10.9\text{cm}}}$ 1 Pt.

---

5. Drei Punkte A,B und C sind gemäss Skizze gegeben:



a) Berechnen Sie den Umfang der Dreieckes ABC.
b) Berechnen sie den Winkel β.
c) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks.
$E_x = E_y = 1E$

a)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6-0 \\ 6-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix} \rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = 6.32$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 7-(-6) \\ -1.5-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -7.5 \end{pmatrix} \rightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right| = 15.01$$ 2 Pt.

$$\overrightarrow{CA} = \begin{pmatrix} 0-7 \\ 8-(-1.5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 9.5 \end{pmatrix} \rightarrow \left|\overrightarrow{CA}\right| = 11.8$$

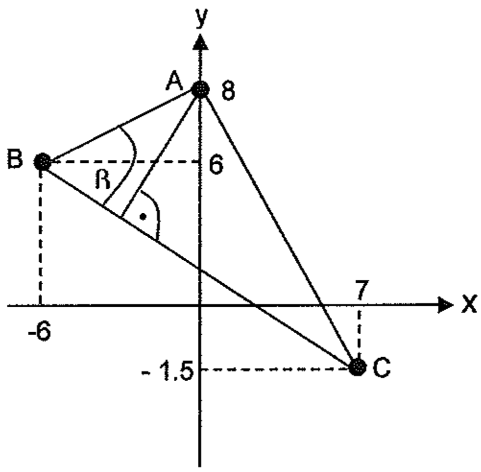
$$\left|\overrightarrow{AB}\right| + \left|\overrightarrow{BC}\right| + \left|\overrightarrow{CA}\right| = \underline{\underline{33.13E}}$$

b)

$$\beta : \cos\beta = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{63}{94.92} = 0.66370 \rightarrow \underline{\underline{\text{ar}\cos\beta = 48.41°}}$$

(1 Pt.)

c) $h = \sin\beta \cdot \left|\overrightarrow{BA}\right|$



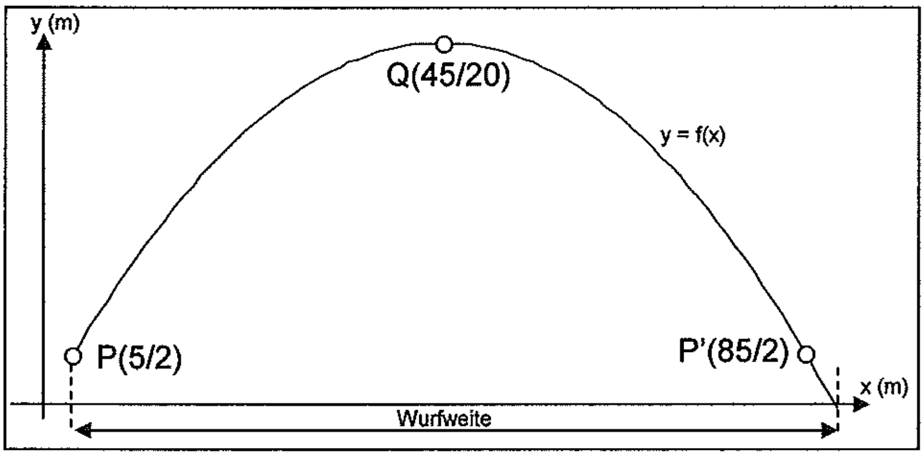
Fläche: $\left|\overrightarrow{BA}\right| \cdot \sin\beta \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot 0.5 =$ (2 Pt.)

$6.32 \cdot 0.74799 \cdot 15.01 \cdot 0.5 \approx \underline{\underline{35.5E^2}}$

---

6. Ein Speerwerfer lässt seinen Speer im Punkt P (5.0m / 2.0m) los. Der Speer erreicht auf der parabelförmigen Flugbahn seine maximale Höhe im Punkt Q (45m / 20m).

   a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Flugparabel. Verwenden Sie das in der Aufgabenstellung verwendete Koordinatensystem.
   b) Berechnen Sie die Wurfweite auf 1 dm genau.



a) Funktionsgleichung

$$\begin{vmatrix} 25a & 5b & c \\ 2025a & 45b & c \\ 7225a & 85b & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 20 \\ 2 \end{vmatrix}$$

TR HP 48G: $[(-0.01125)(1.0125)(-2.78125] \rightarrow$
$\underline{\underline{f(x) = -0.01125x^2 + 1.0125x - 2.78125}}$ 2 Pt.

b) Wurfweite: y = 0: $-0.0125x^2 + 1.0125x - 2.78125 = 0$
TR: $x_1 = 2.8$; $x_2 = \underline{87.16}$

Wurfweite: 87.2m – 5m ≈ $\underline{82.5\text{m}}$ 2 Pt.

---

7. Bestimmen Sie alle Lösungen für x in der Grundmenge $0° \leq x < 360°$:
$\tan(x) + 3 \cdot \sin(x) = 0$.

$$\tan(x) + 3 \cdot \sin(x) = 0$$

$$\frac{\sin(x)}{\cos(x)} + 3 \cdot \sin(x) = 0$$

$$\sin(x) \cdot \left(\frac{1}{\cos(x)} + 3 \right) = 0$$

1. $\sin(x) = 0 \Rightarrow \arcsin(0) = 0° \Rightarrow \underline{x_1 = 0°} \wedge \underline{x_2 = 180°}$ $(\sin(\alpha) = \sin(180° - \alpha)$ 3 Pt.

2. $\frac{1}{\cos(x)} + 3 = 0$

$\cos(x) = -\frac{1}{3} \Rightarrow ar\cos\left(-\frac{1}{3}\right) \approx 109.5° \Rightarrow \underline{x_3 = 109.5°} \wedge \underline{x_4 = 250.5°}$ $(\cos(\alpha) = \cos(360° - \alpha))$

$\underline{\underline{L = \{0°/109.5°/180°/250.5°\}}}$
