

Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
**Mathematik Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)**  
**Lösungen**

1. Berechnen Sie jeweils den Wert der folgenden Ausdrücke:

[ 2 Punkte]

a)  $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3\left(-\frac{4}{3}\right)} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = 3^4 = \underline{\underline{81}}$   $\frac{1}{2}$  P.

b)  $\log_4 \sqrt[3]{16} = \log_4 4^{\frac{2}{3}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$   $\frac{1}{2}$  P.    oder     $\log_4 \sqrt[3]{16} = \frac{1}{3} \log_4 4^2 = \frac{2}{3}$   $\frac{1}{2}$  P.

2.  $\frac{m+3}{m+2} + \frac{m+2}{m^2-2m-8} = \frac{(1-m)\cdot(3-m)}{(m-4)\cdot(m-1)}$

[ 2 Punkte]

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich.  
 b) Geben Sie die Lösungsmenge an.

a) Nenner darf nicht Null sein:

$$\left. \begin{array}{l} m+2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -2 \\ m^2-2m-8 = (m-4)(m+2) \neq 0 \Rightarrow m \neq 4, m \neq -2 \\ (m-4)\cdot(m-1) \neq 0 \Rightarrow m \neq 4, m \neq 1 \end{array} \right\} \underline{\underline{D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1, 4\}}} \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

kgV =  $(m+2)(m-4)\cdot(m-1)$  oder man kürzt  $(m-1)$  womit kgV =  $\underline{\underline{(m+2)(m-4)}}$

b)  $\frac{(m+3)}{m+2} + \frac{m+2}{(m+2)\cdot(m-4)} = \frac{-1\cdot(3-m)}{(m-4)} \quad | \cdot (m+2)\cdot(m-4)$   
 $(m+3)\cdot(m-4) + (m+2) = -1\cdot(3-m)\cdot(m+2) \quad | \text{ausmultiplizieren}$   
 $m^2 - m - 12 + m + 2 = m^2 - m - 6 \quad | -m^2$   
 $\frac{1}{2}$  P.  
 $-10 = -m - 6 \quad | +m + 10$   
 $m = 4 \quad \frac{1}{2}$  P.

$4 \notin D \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}} \quad \frac{1}{2}$  P.

3. Von einem Dreieck sind alle drei Seiten  $a$ ,  $b$  und  $c$  bekannt. Entwickeln Sie eine explizite Formel für den Winkel  $\gamma$  zwischen den Seiten  $a$  und  $b$ .  
 $\frac{1}{2}$  P. [ 1 Punkt]

Kosinussatz:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \Rightarrow$   
 $\underline{\underline{\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}}} \quad \frac{1}{2}$  P.

Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
**Mathematik Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)**  
**Lösungen**

4. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die Punkte A(-6/-2) und B(9/8) geht. [ 1 Punkt]

Steigung  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - (-2)}{9 - (-6)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$  ½ P.

Ansatz:  $y = \frac{2}{3}x + q$

B einsetzen  $8 = \frac{2}{3} \cdot 9 + q \rightarrow q = 2$  also  $y = \frac{2}{3} \cdot x + 2$  ½ P.

---

5. Es sei die Gerade g durch ihre Parameterdarstellung [ 1 Punkt]

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie den Durchstosspunkt von g durch die xy-Ebene.

Punkt in der xy-Ebene  $\leftrightarrow z = 0$  also

$0 = 3 + 1t \rightarrow t = -3$  ½ P. in die Geradengleichung einsetzen

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix}$  somit ist S(15/-8/0) ½ P.

Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
**Mathematik Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)**  
**Lösungen**

6. Ermitteln Sie die Lösungsmenge der Gleichung:

[ 2 Punkte]

$$\sqrt{2x+1} + 4 = \sqrt{10x+9} \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x+1+8\sqrt{2x+1}+16 = 10x+9 \quad \frac{1}{2} \text{ P.} \quad | -2x-17$$

$$8\sqrt{2x+1} = 8x-8 \quad | :8$$

$$\sqrt{2x+1} = x-1 \quad | \text{quadrieren}$$

$$2x+1 = x^2 - 2x+1 \quad \frac{1}{2} \text{ P.} \quad | -2x-1$$

$$0 = x^2 - 4x = x(x-4)$$

$$x_1 = 0; x_2 = 4 \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

Kontrolle:  $x_1$  ist eine Scheinlösung;  $\rightarrow \underline{\underline{L = \{4\}}}$   $\frac{1}{2} \text{ P.}$

---

7. Es sei  $x$  ein Winkel mit  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ . Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichung.

[ 2 Punkte]

$$\tan(x) \cdot \sin(x) = 2(1 - \cos^2(x)).$$

$$\tan x \cdot \sin x = 2 \cdot \sin^2 x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x = 2 \cdot \sin^2 x \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

$$\sin^2 x = 2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$\sin^2 x (1 - 2 \cdot \cos x) = 0 \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

$$\sin^2 x = 0 \rightarrow \underline{\underline{x_1 = 0^\circ; x_2 = 180^\circ; x_3 = 360^\circ}} \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

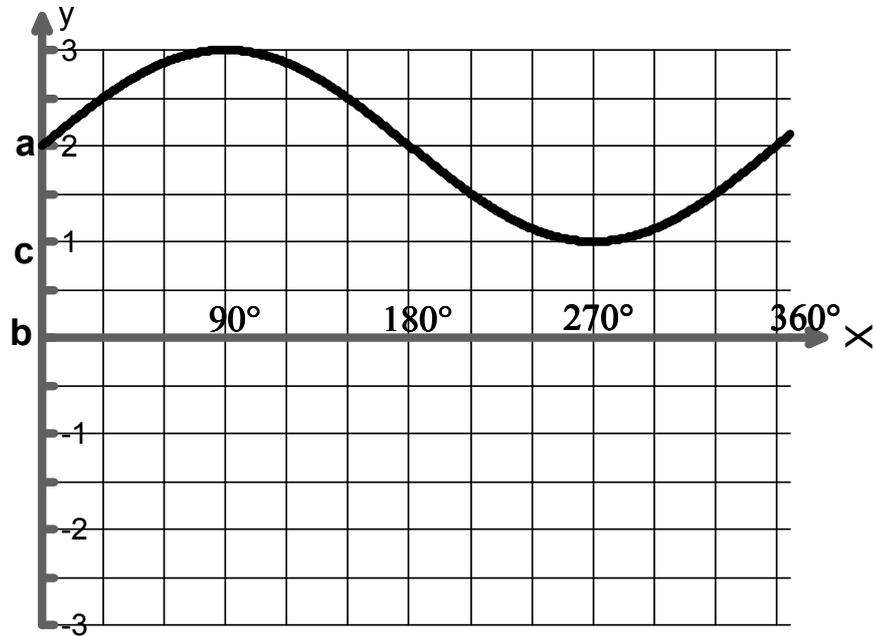
$$1 - 2 \cdot \cos x = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \underline{\underline{x_4 = 60^\circ; x_5 = 300^\circ}} \quad \frac{1}{2} \text{ P.}$$

Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
Mathematik Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)  
Lösungen

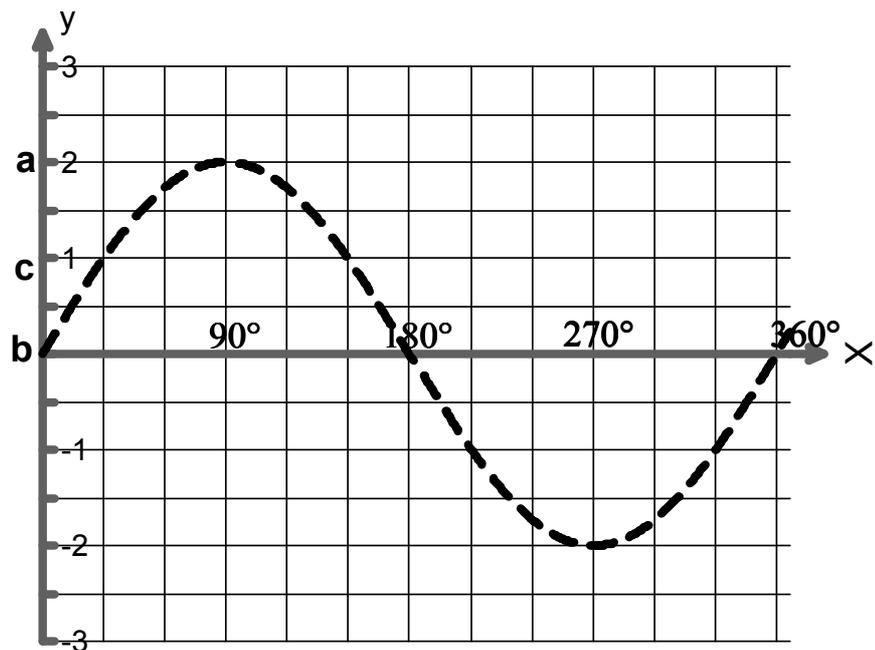
8. Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen:

[3 Punkte]

a)  $y = \sin(x) + 2$  1 Punkt

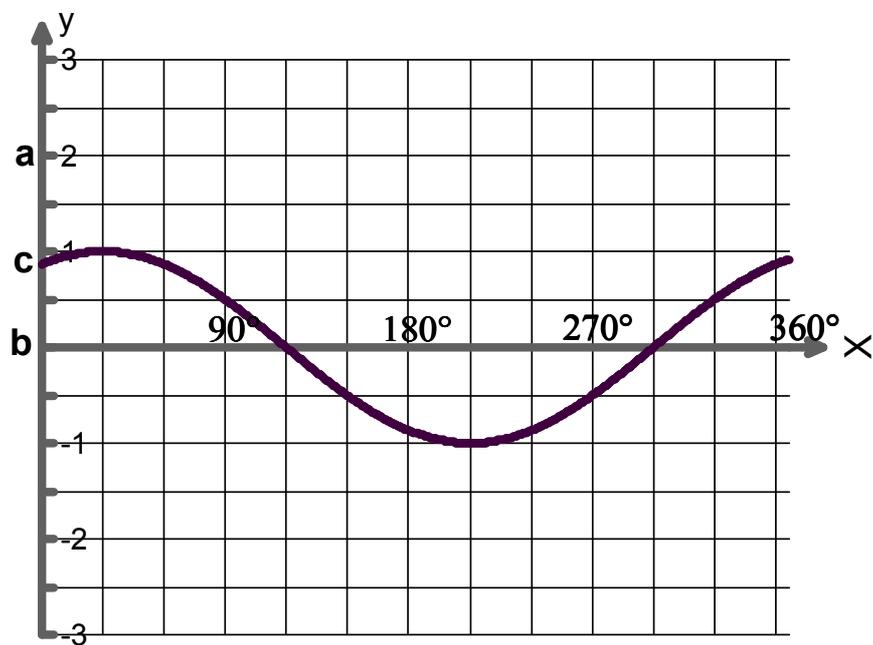


b)  $y = 2 \sin(x)$  1 Punkt



Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
Mathematik Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)  
Lösungen

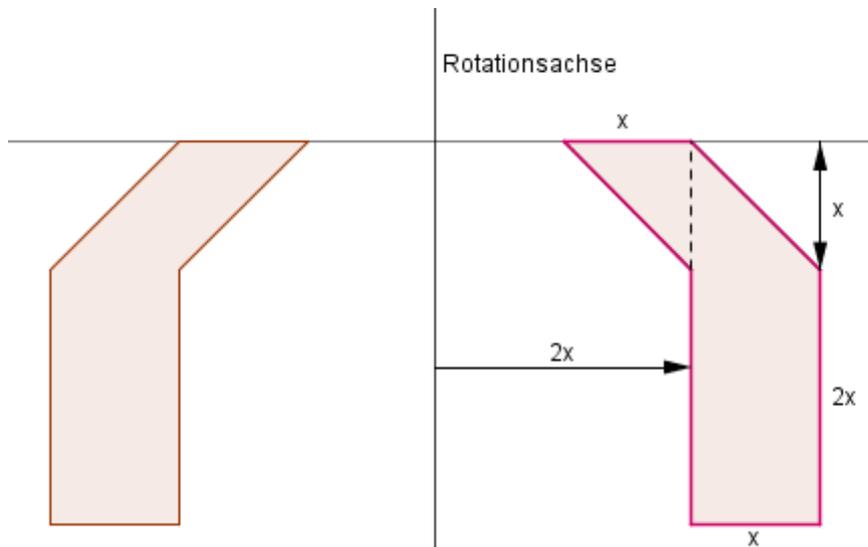
c)  $y = \sin(x+60^\circ)$  1 Punkt



Technische Berufsmaturitätsprüfung Baselland 2009  
**Mathematik** Teil 1 (Ohne Hilfsmittel)  
**Lösungen**

9. Gegeben ist folgender Achsenschnitt eines Körpers.

[3 Punkte]



Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers in Abhängigkeit der Länge  $x$ , das durch Rotation um die angegebene Achse entsteht. Vereinfachen Sie die Formel für das Volumen soweit wie möglich.

**Lösung mit Guldin:**

$V = A \cdot 2\pi \cdot r_S$  wobei  $r_S$  der Abstand des Schwerpunktes von A von der Rotationsachse ist. ½ P.

Rechteck:  $V_R = 2x^2 \cdot 2\pi \cdot \frac{5}{2}x = 10\pi x^3$  1 P.

Rhombus:  $V_{Ro} = x^2 \cdot 2\pi \cdot 2x = 4\pi x^3$  1 P.

Ganzer Körper:  $V = V_R + V_{Ro} = 10\pi x^3 + 4\pi x^3 = \underline{14\pi x^3}$  ½ P.

**Lösungsvariante ohne Guldin:**

Hohlzylinder:  $V = \pi \cdot (3x)^2 \cdot 2x - \pi \cdot (2x)^2 \cdot 2x = 10\pi x^3$  1 P.

Äusserer Kreiskegelstumpf:  $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2) = \frac{1}{3} \pi x ((3x)^2 + 3x \cdot 2x + (2x)^2) = \frac{1}{3} \pi x \cdot 19x^2$  1 P.

Innerer Kreiskegelstumpf:  $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2) = \frac{1}{3} \pi x ((2x)^2 + 2x \cdot x + (x)^2) = \frac{1}{3} \pi x \cdot 7x^2$  ½ P.

Differenz:  $V = \frac{19}{3} \pi x^3 - \frac{7}{3} \pi x^3 = \frac{12}{3} \pi x^3 = 4\pi x^3$

Ganzer Körper:  $V = 10\pi x^3 + 4\pi x^3 = \underline{14\pi x^3}$  ½ P.