



Schulinterne Sperrfrist bis Ende Juni 2010

TECHNISCHE BERUFSMATURITÄT

Mathematik Teil A

Lösungen

Maturprüfung 2009

Lösungen Mathematik Teil A

1. a)
$$\frac{\frac{rs}{r+s}}{\frac{r}{s}} = \frac{r \cdot s \cdot s (r+s)(r-s)}{(r+s) \cdot r} = \underline{\underline{s^2(r-s)}} \quad 0,5P$$

b)
$$a \cdot a^{5/4} \cdot a^{-3/8} - 2 \cdot a^{3/2} \cdot a^{3/8} =$$

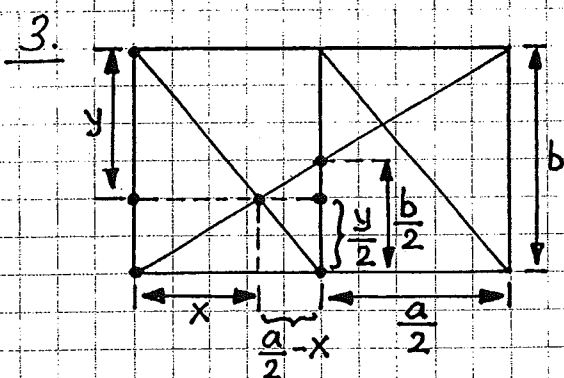
$$a^{15/8} - 2 \cdot a^{15/8} = \underline{\underline{-a^{15/8}}} = \underline{\underline{-\sqrt[8]{a^{15}}}} \quad 0,5P$$

2. Pa. a in Funktionsgleichung einsetzen:

$$\begin{cases} 1 = \frac{a}{7+b} \\ -1 = \frac{a}{1+b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7+b = a \rightarrow \textcircled{1} \\ -1-b = a \rightarrow \textcircled{2} \end{cases} \quad 0,5P$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} : 6 = 2a \Rightarrow \underline{\underline{a = 3}} \quad 0,5P$

$\textcircled{1} - \textcircled{2} : 8 + 2b = 0 \Rightarrow \underline{\underline{b = -4}} \quad 0,5P$



$A_{\text{Ges}} = a \cdot b$

$A_{\text{III}} = b \cdot x + \frac{b}{2} \left(\frac{a}{2} - x \right) \quad 0,5P$

mit $\frac{y}{x} = \frac{\frac{y}{2}}{\frac{a}{2} - x}$ folgt

$\frac{a}{2} - x = \frac{x}{2} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{a}{3}}} \quad 0,5P$

$A_{\text{III}} = b \cdot \frac{a}{3} + \frac{b}{2} \left(\frac{a}{2} - \frac{a}{3} \right) = 2$

$\frac{ab}{3} + \frac{ab}{4} - \frac{ab}{6} = \underline{\underline{\frac{5ab}{12}}}$

$\frac{5}{12}$ der Gesamtfläche ist schraffiert. 0,5P

4. a) $r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} r + 2s = 0 \\ 2r - s = 0 \end{cases} \rightarrow 0,25P$

$$\ominus \begin{cases} 2r + 4s = 0 \\ 2r - s = 0 \end{cases} \quad \oplus \begin{cases} r + 2s = 0 \\ 4r - 2s = 0 \end{cases}$$

$\hookrightarrow 5s = 0 \Rightarrow s = 0 \quad \hookrightarrow 5r = 0 \Rightarrow r = 0$

\vec{a} u. \vec{b} sind voneinander linear unabhängig! 0,5P

b) $r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3,5 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} r - 3,5s = 0 \\ 2r - 7s = 0 \end{cases} \rightarrow 0,25P$

$$\ominus \begin{cases} 2r - 7s = 0 \\ 2r - 7s = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \vec{a} \text{ u. } \vec{c} \text{ sind voneinander linear abhängig!}$$

$\hookrightarrow 0 - 0 = 0 \quad \hookrightarrow \vec{c} = -3,5 \cdot \vec{a}$ 0,5P

5. Nenner: $(4b^2 - 9) = (2b + 3)(2b - 3)$
 $(b^2 - 1) = (b + 1)(b - 1)$
 $(2b^2 - b - 3) = (b + 1)(2b - 3)$
 $\hookrightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1,5; -1,5; 1; -1\}$ 0,5P

Hauptnenner: $(2b + 3)(2b - 3)(b + 1)(b - 1)$

$6(b^2 - 1) - 4(4b^2 - 9) = -5(2b + 3)(b - 1)$ 0,5P

$6b^2 - 6 - 16b^2 + 36 = -10b^2 - 5b + 15$

$5b = -15 \Rightarrow b = -3 \rightarrow \underline{\underline{\mathbb{N} = \{-3\}}}$ 0,5P

4. a) $\left. \begin{aligned} \frac{b_x}{a_x} &= \frac{2}{1} = 2 \\ \frac{b_y}{a_y} &= \frac{-1}{2} = -0,5 \end{aligned} \right\} \text{ nicht kollinear, d.h. nicht voneinander linear abhängig. } \rightarrow 0,75P$
 Quotienten unterschiedlich.

b) $\left. \begin{aligned} \frac{c_x}{a_x} &= \frac{-3,5}{1} = -3,5 \\ \frac{c_y}{a_y} &= \frac{-7}{2} = -3,5 \end{aligned} \right\} \text{ kollinear, d.h. voneinander linear abhängig. } \rightarrow 0,75P$
 Quotienten gleich.

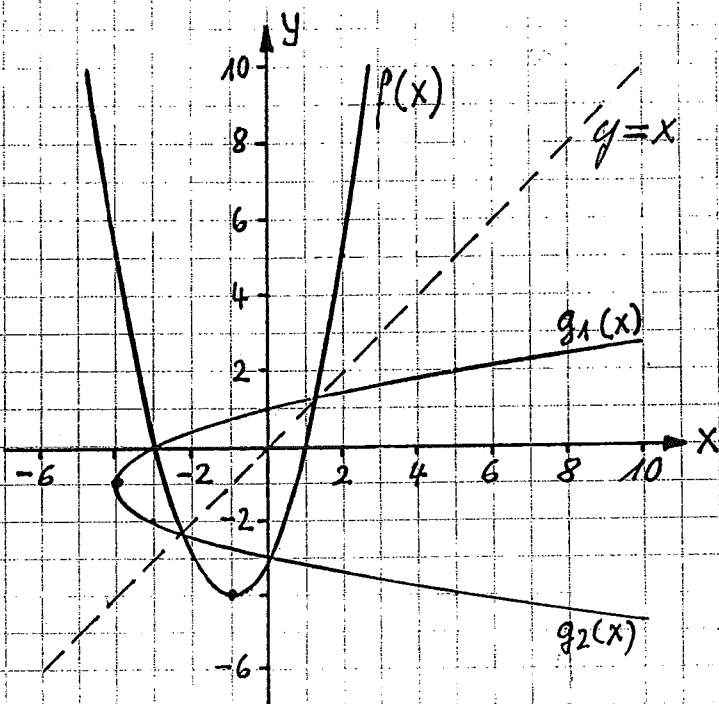
6. a) $g = f(x) = (x+1)^2 - 4 \rightarrow$

$g = (x+1)^2 - 4 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{g+4} - 1 \rightarrow$

$g_1(x) = +\sqrt{x+4} - 1 ; \text{I} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$

$g_2(x) = -\sqrt{x+4} - 1 ; \text{II} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$ 0,5P

b.)



0,25P

0,25P

0,25P

0,75P

c) $f(x)$ wird an $g = x$ gespiegelt $\Rightarrow g(x)$.

0,25P

7. $\frac{7^{2x+1}}{7} = 49 \frac{7^{3x-1}}{2} = 7^{3x-1} \rightarrow$

0,5P

$7^{2x} = 7^{3x-1} \Rightarrow 2x = 3x-1 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$ 1P

8. $g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

0,5P

$R: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

$x = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

$5 = 1 + 8t \Rightarrow t = \frac{1}{2}$

0,25P

$z = 2 + \frac{1}{2}(-4) = 0$

$R = \{2/5/0\}$

0,25P

$\hookrightarrow R$ liegt in der xy -Ebene $\Rightarrow \underline{\underline{\text{Abstand} = 0}}$ 0,5P