

Name:

Vorname:

Zeit: 240 Minuten (ohne Pause)

Erreichte Punkte	Prüfungs-Note
Visum Examinator	Visum Experte

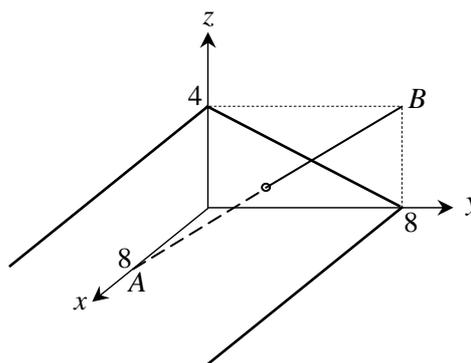
- Die Prüfung umfasst die Aufgaben 1 – 8.
- Die Punktzahlen stehen in eckigen Klammern.
- Die Note 6 wird für 61 Punkte erteilt.
- Die Lösungen sind sauber darzustellen und vollständig zu dokumentieren.
- Alle Resultate müssen, falls möglich, exakt angegeben werden!
- Sämtliche Applikationen des Taschenrechners dürfen nur zur eigenen Kontrolle eingesetzt werden.
- Hilfsmittel: Formelsammlung ohne Beispiele; Rechner mit Handbuch, Schablonen.
- Alle sonstigen elektr. Geräte (MP3-Player, Natel usw.) sind ausgeschaltet und vom Arbeitsplatz entfernt.
- Der Austausch der Hilfsmittel ist nicht erlaubt!

Kontrollieren Sie am Schluss der Prüfung, ob sämtliche Lösungsblätter mit der Aufgabenstellung zusammengeheftet sind. Besten Dank!

Viel Erfolg!

1. Unabhängige Aufgaben

- a) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden AB und der Ebene gemäss Figur: [3]



- b) Die beiden Ebenen $\vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 2 + \lambda + 2\mu \\ 5 + \lambda \\ 9 + \lambda + 3\mu \end{pmatrix}$ und $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 4 + \nu + m\omega \\ 1 - 2\nu + 5\omega \\ 10 + \nu - 2\omega \end{pmatrix}$ mit $m = \text{konst.}$ sollen

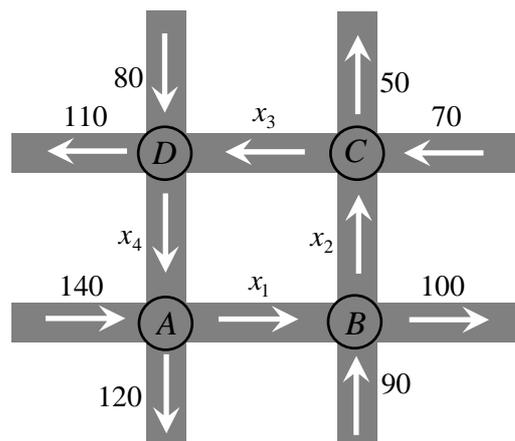
senkrecht aufeinander stehen. Berechnen Sie m . [3]

- c) Gegeben ist die Gerade g durch die Punkte $A(0|3|0)$ und $B(7|4|5)$ sowie

die Gerade $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

- Zeigen Sie, dass g und h parallel zueinander sind und deswegen eine Ebene E aufspannen.
- Berechnen Sie die kartesische Gleichung von E . [5]

2. Die Skizze stellt ein Netz von Einbahnstrassen dar und die Pfeile markieren die erlaubten Fahrtrichtungen. Die angegebenen Zahlen und die Grössen x_1, \dots, x_4 bezeichnen den Verkehrsfluss in Anzahl Autos pro Stunde.



- a) Bestimmen Sie die Verkehrsflüsse x_1, x_2, x_3 in Abhängigkeit von x_4 . [3.5]
- b) Wegen Bauarbeiten wird der Verkehrsfluss von x_4 auf maximal 70 Autos/h beschränkt. Wie gross sind dann die übrigen Verkehrsflüsse? [1.5]

3. Berechnen Sie jeweils $x \in R$:

a) [3] $m^7 \cdot (m^{x-1})^{5x-1} = m^x \cdot m^{-8} \cdot (m^{x-2})^{5x-7}$

b) [4] $\frac{\log_k(x+4) + \log_k(x)}{2\log_k(x+1)} = 1$

4. Ein heisses Getränk von 95°C kühlt bei einer Zimmertemperatur von 20°C in 10 Minuten auf 35°C ab. Für den zeitlichen Temperaturverlauf gilt

$$\vartheta(t) = \vartheta_u + (\vartheta_0 - \vartheta_u) \cdot e^{-\lambda t} \quad \begin{array}{l} \vartheta_0 = \text{Anfangstemperatur} \\ \vartheta_u = \text{Umgebungstemperatur} \end{array}$$

- a) Berechnen Sie den Parameter λ . [3]

- b) Ein Milchkaffee mit doppelt soviel Kaffee wie kalter Milch wird nun auf zwei Arten getrunken (Falls Sie a) nicht lösen konnten, wählen Sie $\lambda = 0.195$):

1. Art: Die kalte Milch von 4°C wird sofort zum kochend heissen Kaffee (95°C) gemischt und nach 4 Minuten getrunken.
2. Art: Die kalte Milch von 4°C wird erst nach 4 Minuten zum bereits etwas abgekühlten Kaffee gemischt und dann sofort getrunken.

Berechnen Sie in beiden Fällen die Temperaturen beim Trinken. [5]

Bem.: Mischt man Kaffee und Milch mit den Temperaturen ϑ_1, ϑ_2 und den Massen $m_1,$

$$m_2, \text{ so hat das Gemisch die Temperatur: } \vartheta = \frac{m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2}{m_1 + m_2}$$

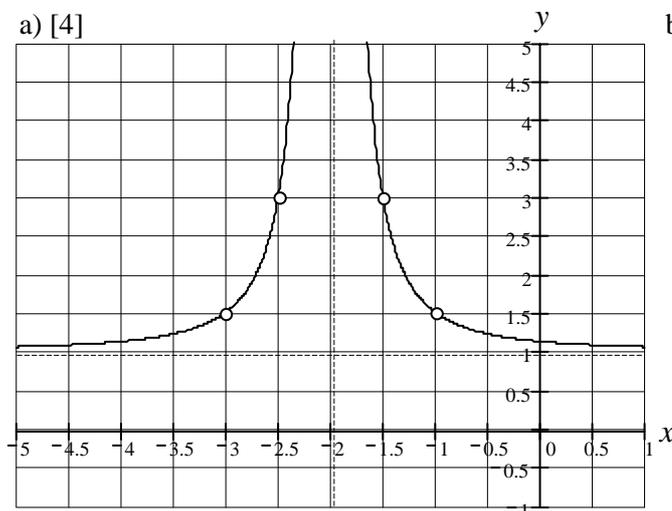
5. Die Gerade $y = g(x) = -0.5x + q$ soll die Betragsfunktion $y = f(x) = |(x+1)^2 - 9|$ in genau drei Punkten schneiden. Erstellen Sie eine möglichst gute Figur zur Problemstellung und berechnen Sie den Zahlenbereich für q . [6]

6. Unabhängige Aufgaben

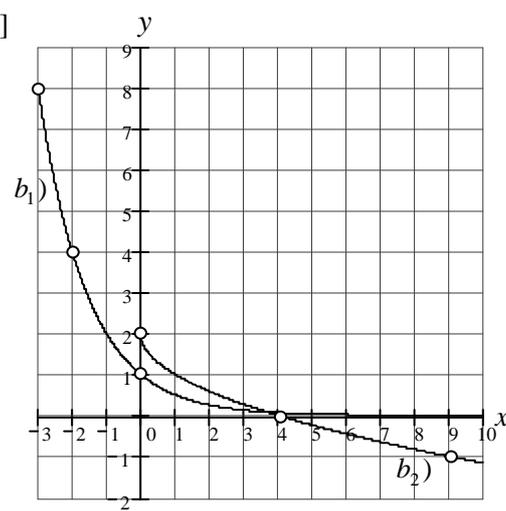
Bestimmen Sie je eine zum Graphen passende Funktionsgleichung. Benutzen Sie für a) den Ansatz:

$$y = f(x) = a(x+b)^n + c$$

a) [4]



b) [4]



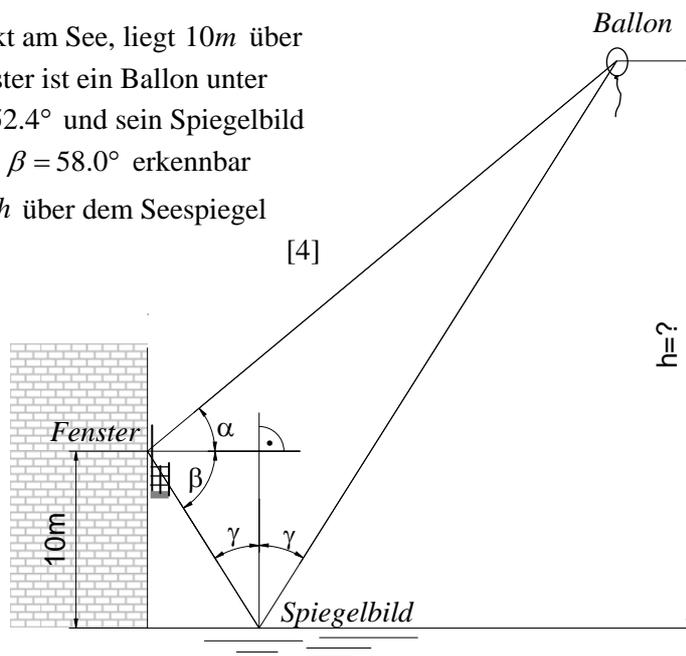
7. Unabhängige Aufgaben

a) Beweisen Sie den Ausdruck: $\cos(\alpha) - \sin(\alpha) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ [2]

b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung exakt:

$$\sin(x) + \cos(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad x \in [0; 2\pi] \quad [6]$$

c) Das Fenster eines Hauses direkt am See, liegt 10m über dem Wasserspiegel. Vom Fenster ist ein Ballon unter einem Höhenwinkel von $\alpha = 52.4^\circ$ und sein Spiegelbild unter einem Tiefenwinkel von $\beta = 58.0^\circ$ erkennbar (siehe Fig.). In welcher Höhe h über dem Seespiegel befindet sich der Ballon? [4]



8. Eine Jugendgruppe beschliesst, Zelte einzukaufen. Im Ausverkauf werden u. a. zwei verschiedene Zelte für jeweils 6 und 10 Personen preiswert angeboten. Von den 6er – Zelten, von denen das Stück Fr. 300.– kostet, sind noch 7 vorrätig. Von den 10er – Zelten, von denen das Stück Fr. 400.– kostet, sind noch 5 vorrätig. Der Jugendgruppe stehen insgesamt Fr. 2900.– zur Verfügung.

- a) Wie viele 6er – und 10er – Zelte soll sie kaufen, damit möglichst viele Jugendliche in den Zelten untergebracht werden können?
 b) Wie viele Jugendliche können dann untergebracht werden?

Verlangte Arbeiten:

- Definieren der Variablen.
- Bestimmen der Bedingungen und der Zielfunktion.
- Vollständige und exakte grafische Darstellung inkl. Zielfunktion und markieren der Lösung.
- Beantwortung der beiden Fragen. [6]