BM

Gewerblich-Industrielle Berufsschule Solothurn
Berufsmittelschule

Mathematik 2002

Name:		*Vorname:*	

Wichtige Hinweise

Prüfungsdauer:	*Die Prüfung dauert 240 Minuten (keine Pause).*
Prüfungsblätter:	*Die Prüfung umfasst drei Blätter:* *1) Dieses Blatt 1/4* *2) Aufgabenblatt 2/4* *3) Aufgabenblatt 3/4* *4) Aufgabenblatt 4/4* *Es sind 10 Aufgaben zu lösen. Die zu erreichende Punktzahl pro Aufgabe folgt hinter der Aufgabennummer. Um die volle Punktzahl zu erreichen, muss der Lösungsgang klar und lückenlos dargestellt sein. Die maximal mögliche Punktzahl beträgt 37 Punkte.*
Hilfsmittel:	*Taschenrechner Formelsammlung (ohne gelöste Beispiele), Zeichenutensilien (Geodreieck, Zirkel, Massstab etc.).*

Jede Aufgabe muss auf ein separates *BLATT* gelöst werden!

Bitte *JEDES LÖSUNGSBLATT* mit ihrem vollständigen Namen in *BLOCKSCHRIFT* anschreiben!

Leere *LÖSUNGSBLÄTTER*, von nicht gelösten Aufgaben, müssen auch abgegeben werden.

UNGÜLTIGE TEILE der Arbeit sind durchzustreichen.

Sie können mit *BLEISTIFT* schreiben.

Erreichte Punkte		*Visum Examinator*	
Prüfungsnote		*Visum Experte*	

1(3P) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ der goniometrischen Gleichung im gegebenen Intervall:

Bem.: Falls der Lösungsgang auf eine quadratische Gleichung führt, ist diese mit der Lösungsformel zu berechnen.

$$3\sin(2x)\tan(x) = -\cos(x) \quad \wedge \quad D_{\max} = [0;3\pi]$$

2(5P) Gegeben ist die Funktion $f: x \rightarrow f(x)$ in der Grundmenge $\mathbb{R}$: $f(x) = \sqrt{(x-2)(2x+3)}$

I Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich. (0.5P)

II Geben Sie den Wertebereich an. (0.5P)

III Erstellen Sie eine Wertetabelle im Intervall $[-8;8]$. Schrittweite $\Delta x = 1$ und zeichnen Sie den Graphen G_f im gegebenen Intervall. (1.5P)

IV Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$. (1P)

V Geben Sie den Definitions- und den Wertebereich der Umkehrfunktion an. (0.5P)

VI Zeichen Sie die Umkehrfunktion in das gleiche Diagramm. (1P)

3(3P) Gegeben ist das 2x2-Gleichungssystem in der Grundmenge G = $\mathbb{R}$.

I Bestimmen Sie die Definitionsmenge für die Variablen x und y. (0.5P)

II Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ des Gleichungssystems in Abhängigkeit der Parameter a und b. Definieren Sie zudem die Parameter a und b, wenn gilt $a,b \in R$. (2.5P)

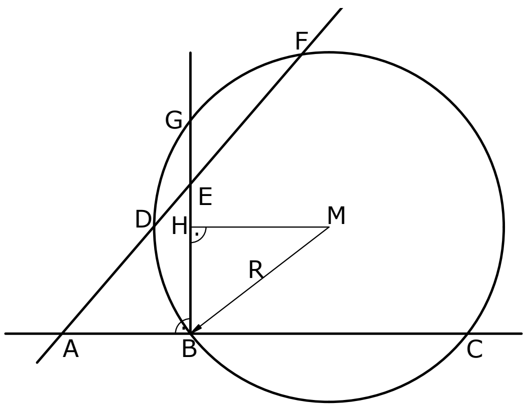
$$\left| \begin{array}{ccccc} x & - & y & = & 4 \\ \dfrac{x}{2a-b} & + & \dfrac{y}{a-2b} & = & \dfrac{1}{2b-a} \end{array} \right|$$

4(3P) Gegeben sei ein Parallelogramm ABCD mit dem Eckpunkt A (2|4|5) und den Seitenvektoren $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$. Weiter ist ein Punkt P (-2|15|20) gegeben. Denken Sie sich die Parallelogrammfläche undurchsichtig. Klären Sie ab, ob der Ursprung O (0|0|0) von P aus sichtbar ist.

Bem.: Falls der Lösungsgang auf ein Gleichungssystem führt, kann dieses mit dem Taschenrechner gelöst werden!

5(3P) Berechnen Sie den Radius R, wenn folgende Strecken und Beziehungen gegeben sind: $\overline{BE} = 9cm$, $\overline{EG} = 7cm$, $\overline{AD} : \overline{DE} : \overline{EF} = 4:1:7$, $\overline{BH} = \overline{HG}$. Das Resultat ist auf zwei Stellen nach dem Komma anzugeben.

Bem.: Zur Lösung der Aufgabe dient der Lehrsatz des Pythagoras sowie die Ähnlichkeitsbeziehungen am Kreis (Sehnen- und Sekantensatz etc.)



6(5P) Gegeben ist die Exponentialfunktion: $f: x \to f(x), \quad D_f = R, \quad f(x) = 4^{x-3} - 2$

I Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion $f(x)$. (0.5P)

II Geben Sie den Wertebereich der Funktion $f(x)$ an. (0.5P)

III Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ von $f(x)$. (1P)

IV Geben Sie den Definitions- und den Wertebereich von $f^{-1}(x)$ an. (0.5P)

V Verschieben Sie den Graphen $G_{f^{-1}}$ mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ und bestimmen Sie die Funktionsgleichung $h(x)$ der verschobenen Umkehrfunktion. (1P)

VI Zeichnen Sie die Funktionen $k(x) = \left|4^{x-3} - 2\right|$ und $h(x)$ im Intervall $[-1;7]$ in ein gemeinsames xy-Diagramm. (1.5P)

7(3P) Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der Wurzelgleichung in der Grundmenge der reellen Zahlen G = $\mathbb{R}$.

$$\sqrt{4x+1} + \sqrt{3x-2} = \sqrt{13x-1}$$

Bem.: Falls der Lösungsgang auf eine quadratische Gleichung führt, ist diese mit der Lösungsformel zu berechnen.

8(5P) Gegeben sei die Ebene E und die beiden Geraden g und h:

$$E: x + y + z - 3 = 0; \qquad g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}; \qquad h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

I Zeigen Sie, dass $g \subset E$ und $h // E$ ist. (1P)

II Ermitteln Sie eine Normalengleichung einer Ebene F die folgende Bedingungen erfüllt: $F \perp E \quad \wedge \quad F \cap E = g$ (1P)

III Geben Sie eine beliebige Parametergleichung für E an. (1P)

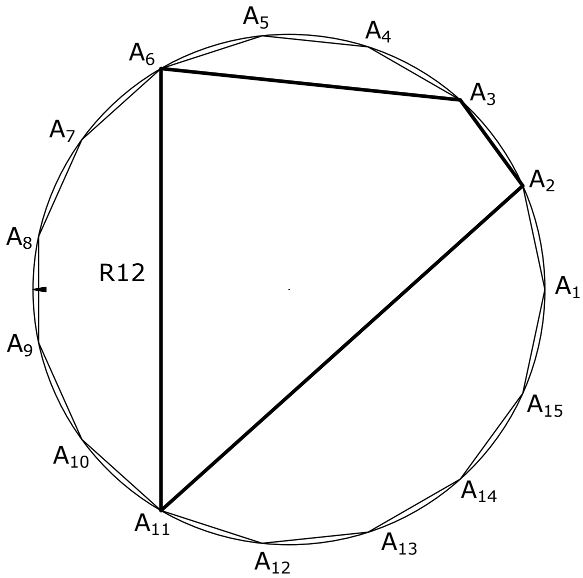
IV Bestimmen Sie eine Normalengleichung einer Ebene G die folgende Bedingungen erfüllt: $G \perp xy-Ebene \quad \wedge \quad g \subset G$ (1P)

V Bestimmen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h. Falls Sie sich schneiden ist der Schnittwinkel φ zu berechnen. (1P)

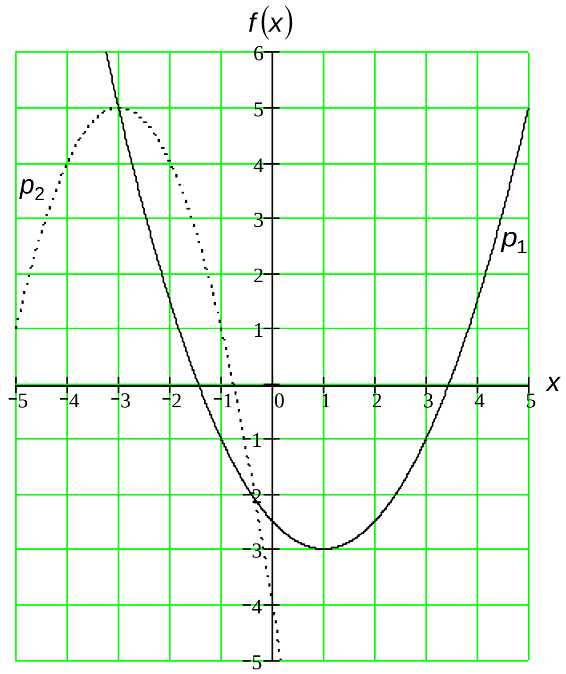
9(4P) Einem Kreis mit Radius R = 12 ist ein regelmässiges 15-Eck mit $A_1A_2A_3...A_{15}$ einbeschrieben. Betrachten Sie das Viereck, welches von den Ecken A_2, A_3, A_6 und A_{11} gebildet wird. Berechnen Sie mit Hilfe der Trigonometrie

I den Umfang U und (2P)
II den Flächeninhalt A (2P)

des gezeichneten Vierecks auf zwei signifikante Stellen nach dem Komma.



10(3P) Gegeben ist das Diagramm:



I Bestimmen Sie für beide Parabeln die Funktionsgleichung in der Scheitelform. (1P)

II Geben Sie für beide Parabeln den Definitions- und den Wertebereich an. (1P)

III Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte, welche beide Parabeln gemeinsam haben. (1P)

Bem.: Falls der Lösungsgang auf eine quadratische Gleichung führt, ist diese mit der Lösungsformel zu berechnen.